

CLASIFICACIÓN DE ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL FENÓMENO DEL
BULLYING POR PARTE DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DEL
DEPARTAMENTO DE RISARALDA (COLOMBIA).

ULISES DÍAZ GÓMEZ

FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y ESTADÍSTICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA, RISARALDA

2018

CLASIFICACIÓN DE ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL FENÓMENO DEL
BULLYING POR PARTE DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DEL
DEPARTAMENTO DE RISARALDA (COLOMBIA).

ULISES DÍAZ GÓMEZ

DIRECTOR TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Mg. JAIRO ALFONSO CLAVIJO

Trabajo para optar el título de Magíster en Investigación Operativa
y Estadística

FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y ESTADÍSTICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA, RISARALDA

2018

Agradecimientos

Al Universo por permitir que esta investigación se realizara.

A la ciencia por abrirme el camino.

A mi esposa Martha y a mis dos hijos Juliana y Juan Manuel por todo su apoyo y paciencia durante este proceso.

A mis padres por todo su apoyo moral y económico y por querer hacer de mí una mejor persona.

Al director de esta investigación, el Mg Jairo Alfonso Clavijo M. Por todas sus asesorías, enseñanzas, disponibilidad y buen genio durante esta investigación.

A mi hija Juliana por consolidar los resultados de las encuestas en una hoja de cálculo.

Al Mg José Gilberto Vargas C. Por su asesoría respecto a las redes neuronales artificiales.

Al director de la maestría. El Dr. José A Soto. Por su acompañamiento y formación.

A la psico-orientadora de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal, Daiana Jaramillo R. Por su asesoría y participación en la construcción de la encuesta, además de la asesoría para el proceso de clasificación de los estudiantes.

A mis hermanos y familiares por todo su apoyo y motivación.

A mí compañera Luz Karime Díaz T. Por su apoyo incondicional y su asesoría.

Al profesor Jhon Jairo Quiceno y a su esposa. Por su asesoría para la construcción de la encuesta y por brindarme la conexión con la rectora de la Institución Educativa de Pereira.

A mí compañera Aura Sofía Guevara V. Por ayudarme a contactar con la rectora de la Institución de La Virginia.

A las secretarías de educación de Pereira y Risaralda y a los rectores de las tres Instituciones Educativas por permitir la aplicación de las encuestas a los estudiantes.

A los estudiantes de las tres Instituciones Educativas por hacer de esta investigación una realidad

A mis compañeros de la cohorte XI de la maestría en Investigación Operativa y Estadística por todo lo que aprendí y me divertí con ellos.

A mis compañeros de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal por su interés en esta investigación.

Resumen

Esta investigación se enfocó en la clasificación de una muestra de alumnos de secundaria del departamento de Risaralda (Colombia) respecto a su rol de participación en el fenómeno del bullying o acoso escolar, con las técnicas de análisis discriminante (DA), regresión logística (LR) mediante análisis discriminante y redes neuronales: Perceptrón multicapa (MLP). Los resultados de dichas clasificaciones fueron comparados, con el fin de determinar la mejor técnica de clasificación de las tres para dicho contexto.

La selección de la muestra de estudiantes se realizó mediante muestreo aleatorio simple y fue tomada de una población de 2355 escolares de ambos géneros. El tamaño de la muestra fue de 593 alumnos (21.18% de la población) de básica secundaria y media, distribuidos de la siguiente manera: 127 estudiantes de la institución educativa de Belén de Umbría, 229 de la institución de La Virginia y 237 de la institución educativa de Pereira la capital.

Como instrumento de recolección de datos, se aplicó el cuestionario ROPAE 2017 a los 593 estudiantes que conformaron la muestra. El cuestionario ROPAE 2017 fue construido por el investigador y colaboradores durante esta investigación. Este consta de 49 preguntas cerradas, la mayoría de ellas compuesta de cinco categorías ordinales, las cuales exploran cuatro dimensiones en el estudiante: Auto-concepto social, adaptación psicosocial, clima familiar y ambiente escolar. Por otra parte, muchas de las preguntas del cuestionario integran características propias de los roles de participación en el fenómeno del bullying, además, permite indagar sobre situaciones en las cuales los estudiantes pueden expresar el tipo de victimización que padece y su frecuencia, así como si agrede o ha llegado a agredir a sus compañeros y con qué frecuencia lo hace.

En cuanto a la clasificación de la muestra, se destacaron cuatro grupos o roles: Los acosadores, las víctimas, las víctimas-acosadores y los observadores. Respecto a los acosadores, se tiene que son los estudiantes que agreden con frecuencia a sus compañeros y sus agresiones pueden ser físicas, verbales o psicológicas. Para el caso de las víctimas, son aquellos estudiantes que reciben las agresiones de forma frecuente por uno o más acosadores. En cuanto a las víctimas-acosadores, podemos decir que son aquellos estudiantes que cumplen con los dos roles, el de acosador y el de víctima, y esto es de acuerdo a la situación experimentada. Finalmente, los observadores son aquellos estudiantes espectadores de las agresiones que reciben sus compañeros.

Para el análisis y procesamiento de la información se empleó el software estadístico de IBM SPSS versión 21, el software InfoStat y Microsoft Office Excel 2010.

Las 593 observaciones de la muestra fueron primero que todo clasificadas de forma manual y a juicio de experto. Los resultados de esta clasificación fueron los siguientes: 54 acosadores, 181 víctimas, 275 víctimas-acosadores y 83 observadores, correspondiente al 9.1%, 30.5%, 46.4% y

14% de la muestra respectivamente. Luego de la clasificación manual se clasificó nuevamente la muestra mediante las tres técnicas enunciadas en el primer párrafo.

En cuanto a los análisis estadísticos de esta investigación, fueron realizados con un $\alpha = 0.05$, es decir, con un nivel de significancia estadística $P_{valor} < 0.05$.

Previo a la clasificación mediante las técnicas propuestas, fueron realizados varios análisis a los datos. El primer análisis fue el de componentes principales, en este lo que se buscó fue una reducción de dimensiones; de variables. Esto se hizo buscando trabajar con menos variables de las planteadas originalmente. Las variables empleadas para este análisis fueron desde la número 12 hasta la 49, todas categóricas ordinales. En los resultados se tuvo que: se aplicaron cuatro análisis de componentes principales, cada análisis en función del grupo (acosador, víctima, víctima-acosador y observador), es decir, a los resultados categóricos de cada variable se les asignó valores numéricos de 1 a 5, de acuerdo con su importancia para el grupo que se está analizando, donde 1 es el más bajo y 5 el más alto. Los resultados de la primera componente de cada uno de los cuatro análisis, la cual es la que normalmente se elige, no alcanzaron a explicar ni siquiera el 20% del problema.

En el primer análisis de componentes principales, las categorías de las variables se codificaron en función de los acosadores, y en los resultados la primera componente logró explicar solamente el 19.875% del problema. Para el segundo análisis de componentes principales, se codificaron las categorías de las variables en función de las víctimas, los resultados obtenidos por la primera componente explicaban el 14.624% del problema. El tercer análisis de componentes principales se hizo en función de las víctimas-acosadores, los resultados de la primera componente solo alcanzaron a explicar el 13.329% del problema. Finalmente, el último análisis de componentes principales se hizo en función de los observadores y en este la primera componente logró explicar el 17.763% del problema. Debido a que las primeras componentes no explicaron el 60% o más del problema, se concluyó que el aplicar esta técnica no logra reducir la dimensionalidad del problema original y por tal motivo, el problema se continuó trabajando con las variables que el investigador consideró fueron las más importante para explicar los grupos.

Continuando con los análisis, se realizó pruebas de igualdad de medias a las variables de tipo numérico. Las variables fueron la número 2 <<Edad en años>> y la número 10 <<¿Cuántos hermanos tiene? >>. Mediante ANOVA se compararon las medias de dichas variables en los grupos, cuyos resultados arrojaron que ninguna de ellas sirvió para explicar los grupos.

Como ya se mencionó, al no lograr reducir el número de variables que explican el problema, fueron elegidas a criterio del investigador las siguientes variables: 3, 4, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 33, 35, 36, 37, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 y 49, en total 34 variables. A estas variables se les hizo *pruebas de independencia*. El estadístico de prueba empleados en todas las variables fue el *Chi-cuadrado*, donde resultó que las variables número: 3, 12, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 30, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 48 y 49, en total 20

variables, presentaron una significancia estadística $P_valor < 0.05$, con lo cual se rechazó la hipótesis nula y se concluyó que la variable de clasificación de los grupos depende de ellas. Más adelante durante el análisis discriminante se realiza una ANOVA mediante una prueba F , con las mismas variables y como los resultados de P_Valor , resultaron significativos para todas ellas, entonces se llegó a las mismas conclusiones de las pruebas de independencia.

El primer modelo de clasificación no manual aplicado fue el análisis discriminante. Para este modelo se emplearon como variables explicativas las 20 variables del párrafo anterior. En este análisis no fue necesario aplicar pruebas de normalidad, ya que las variables fueron todas categóricas, la *prueba de homocedastisidad* se hizo mediante la prueba *M de Barlett-Box*, cuyo resultado fue estadísticamente significativos $P_valor = 0.000$, diciendo esto que las matrices de covarianzas de los grupos son diferentes. Fueron encontradas tres funciones discriminantes, los resultados de los *autovalores* (λ_i) fueron: 0.849, 0.602 y 0.069 para la primera, segunda y tercer función discriminante respectivamente. Las correlaciones canónicas de las funciones discriminantes, se calcularon con el estadístico *eta cuadrado* y los resultados fueron 0.678, 0.613 y 0.255 para la primera, segunda y tercer función discriminante, donde se evidenció una fuerte correlación canónica con los grupos en las primeras dos funciones discriminantes, siendo mayor en la primera función y esto es un indicio de que la primera función discriminante fue la función con mayor poder de discriminación. En cuanto a los *Lambda de Wilks* se encontró un resultado de contraste de las tres funciones discriminantes de 0.316, para las funciones 2 y 3 fue de 0.584 y para la tercera función fue de 0.935. Para el contraste de significancia de los *Lambda de Wilks*, se empleó el estadístico *V de Barlett*, cuyos resultados fueron estadísticamente significativos para los tres *Lambda de Wilks*: $P_valor = 0.000$, $P_valor = 0.000$ y $P_valor = 0.003$ respectivamente. La conclusión de estos resultados fue que las 20 variables explicativas ejercieron de forma global un efecto significativo en la separación de los grupos medido a través de las tres funciones discriminantes, y debido a que las tres funciones discriminantes resultaron estadísticamente significativas, entonces se dejó la primera función discriminante como la de mayor poder de separación de los grupos.

Por otra parte, en el análisis discriminante se encontró mediante la prueba *Lambda Parcial y F Parcial*, con una significancia estadística $P_valor < 0.05$ que las variables número: 12, 19, 21, 22, 23, 42, 43, 45 y 49, en total 9 variables, son las que verdaderamente discriminan los grupos.

Con el análisis discriminante también se logró encontrar las cuatro funciones que permiten clasificar a un individuo en un grupo en particular. Finalmente, el análisis discriminante clasificó exitosamente el 74.2% de la muestra.

El segundo modelo de clasificación no manual fue la regresión logística. En este modelo se empleó como factores las 9 variables que el análisis discriminante determinó que fueron las que separaban los grupos. Los resultados del contraste de razón de verosimilitud arrojó $P_valor =$

0.05, concluyendo con esto que las 9 variables seleccionadas sí aportan a la explicación de la variable dependiente. En cuanto al ajuste del modelo, las pruebas de *Pearson* y *Desviación* presentaron un nivel de significancia estadística $P_valor = 1$, con lo que se concluyó que el modelo encontrado tiene buen ajuste. Los resultados del Pseudo R^2 fueron: 0.837, 0.919 y 0.750 para las pruebas de Cox y Snell, Nagelkerke y McFadden respectivamente, esto prueba que el modelo encontrado tiene muy buena capacidad explicativa. En cuanto al contraste de razón de verosimilitud de las variables del modelo, se encontró con una significancia estadística $P_valor < 0.05$, que las variables número: 19, 21, 22, 23, 42, 45 y 49 aportaron a la explicación de los grupos para este modelo, por el contrario las variables 12 y 43 no resultaron significativas.

En cuanto a los resultados de la clasificación con regresión logística, se alcanzó una tasa de aciertos de clasificación del 88.7%. Finalmente, se encontraron las funciones que permiten clasificar a un nuevo individuo en uno de los grupos.

El último modelo de clasificación fue el perceptrón multicapa. Para este se construyeron 12 modelos, todos con una sola capa oculta. El número de neuronas de la capa oculta fue de 9 para 6 modelos y 10 neuronas para los otros 6. Las funciones de activación de las capas oculta y de salida fueron la sigmoide y la identidad, cambiando su orden en cada modelo. Finalmente la tasa de aprendizaje asignada a cada modelo varió entre: 0.05 o 0.4 o 0.5. De los 12 modelos el más exitoso para clasificar la muestra presentó una tasa de aciertos del 84.3%. En este modelo, se emplearon 496 registros para entrenamiento, 14 registros para prueba y 83 registros para validación del modelo. La función de activación de la capa oculta fue la sigmoide y para la capa de salida la identidad con una tasa de aprendizaje de 0.4. Los resultados del área bajo la curva fueron: 0.964 para los Acosadores, 0.965 para las Víctimas-Acosadores, 0.982 para Observadores y 0.972 para las Víctimas. Como se observa, las áreas estuvieron muy cercanas a 1, concluyendo con esto que el modelo propuesto es bastante acertado.

Finalmente, se realizó un análisis de correspondencia múltiple con las 20 variables asociadas a los grupos. Al revisar los resultados del análisis de correspondencia múltiple donde solamente estuvieron involucradas las 9 variables que separaron los grupos, y con la descripción de la tipología por grupos que se hizo de estas 9 variables, se logró definir las características de cada uno de los roles del bullying para el contexto Risaraldense.

En conclusión, se tuvo que los tres modelos realizaron una buena clasificación de los estudiantes de acuerdo con su rol de participación en el fenómeno del bullying, siendo el mejor de ellos la regresión logística, con un éxito global del 88.7%, y el peor de los tres el análisis discriminante con un éxito global del 74.2%. Además de esto, la regresión logística presentó las tasas de acierto más altas para el grupo de víctimas (89.5%), para las víctimas-acosadores (89.1%) y para los observadores (95.2%). En cuanto a la clasificación de los acosadores, el perceptrón multicapa fue el mejor de ellos (83.3%).

Tabla de contenido

Resumen.....	iv
1. Información general.....	1
1.1 Título del trabajo de grado.....	1
1.2 Área de investigación.....	1
1.3 Materias asociadas a la investigación	1
1.3.1 Técnicas estadísticas.....	1
1.3.2 Redes neuronales	1
2. Planteamiento del problema.....	2
2.1 Preguntas de investigación.	2
3. Justificación.....	4
4. Objetivos.....	8
3.1 Objetivo general.....	8
3.2 Objetivos específicos.	8
5. Marco legal.....	9
5.1. Constitución Política de Colombia de 1991 [3].....	9
5.2. Ley 115 de febrero 8 de 1995 [4]	9
5.3. Ley 1620 decreto 1965 de 2013 [5]	10
5.4. Guía # 6. Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas [6].....	11
5.5. Declaración Universal de los Derechos Humanos [7]	11
6. Marco conceptual.....	13
6.1. Clima escolar	13
6.2. Bullying o acoso escolar	13
6.3. Roles de participación en el acoso escolar de Risaralda (Colombia)	13
6.4. Técnicas de clasificación	14
6.5. Análisis discriminante (DA)	14
6.6. Regresión logística (LR).....	15
6.7. Redes neuronales artificiales (ANN)	15
6.8. Perceptrón multicapa (MLP)	15
6.9. Porcentajes exitosos de clasificación de los roles o grupos de la muestra	15

7. Marco teórico.....	16
7.1. Roles de participación en el acoso escolar	17
7.2. Tipos de Bullying.....	20
7.3. Características de cada uno de los roles que configuran el bullying	22
8. Estado del arte.....	24
9. Marco Metodológico.....	31
9.1. Diseño del plan de investigación.....	31
9.2. Población.....	33
9.3. Muestra	38
9.4. Descripción del instrumento	45
10. Recolección de datos.....	50
10.1. Aplicación de las encuestas	50
10.2. Consolidación de las encuestas	51
11. Análisis de datos y aplicación de técnicas de clasificación.....	52
11.1. Clasificación manual de las encuestas	52
11.2. Codificación de los datos.....	52
11.3. Análisis de componentes principales.....	54
11.4. Análisis de varianza variables numéricas.....	55
11.5. Pruebas de independencia	58
11.6. Análisis de correspondencia múltiple	60
11.7. Aplicación de técnicas de clasificación propuestas	65
11.7.1. Análisis discriminante (DA)	65
11.7.2. Regresión logística (LR)	87
11.7.3. Redes neuronales artificiales (ANN)	97
11.8. Comparación de las técnicas de clasificación	111
11.9. Tipología por grupos.....	112
12. Conclusiones.....	115
14. Recomendaciones.....	121
15. Recursos empleados.....	122
16. Palabras claves.....	123
17. Referencias.....	124
Anexos.....	128

Tabla de tablas

Tabla 1. Población estudiantil de las tres instituciones educativas.	36
Tabla 2. Población estudiantil de secundaria discriminada por institución y por grados.	36
Tabla 3. Muestra de alumnos	40
Tabla 4. Muestra de estudiantes de la IE de Belén de Umbría discriminada por género.	41
Tabla 5. Muestra de estudiantes de la IE de La Virginia discriminada por género	42
Tabla 6. Muestra de estudiantes de la IE de Pereira discriminada por género.	43
Tabla 7. Características de cada rol y preguntas asociadas a ellos	47
Tabla 8. Dimensiones y preguntas relacionadas con ellas.	48
Tabla 9. Tipos de bullying y preguntas relacionadas con ellos.	48
Tabla 10. Preguntas relacionadas con aspectos personales y familiares.	49
Tabla 11. Preguntas vs tipos de variables.....	49
Tabla 12. ANOVA variable <<Edad>>	56
Tabla 13. ANOVA variable << ¿Cuántos hermanos tiene?>>	57
Tabla 14. Lista de variables para pruebas de independencia	59
Tabla 15. Resumen pruebas de independencia	59
Tabla 16. Resumen clasificación (DA)	74
Tabla 17. Probabilidades previstas para los grupos (DA).....	74
Tabla 18. Resultados de las medias y desviaciones típicas por grupos (DA)	75
Tabla 19. Autovalores (DA).....	75
Tabla 20. Resultados Lambda de Wilks (DA).....	76
Tabla 21. Resultados igualdad de medias de los grupos (DA).	78
Tabla 22. Resultados de las variables que separan los grupos de forma multivariada (DA).....	79
Tabla 23. Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas (DA)	80
Tabla 24. Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes no estandarizados (DA)	81
Tabla 25. Funciones en los centroides de los grupos (DA)	82
Tabla 26. Resultados de la clasificación (DA)	84
Tabla 27. Coeficientes de la función de clasificación (DA)	86
Tabla 28. Coeficientes de la función de clasificación con menos variables (DA).	87
Tabla 29. Resumen procesamiento de los casos del modelo (LR).....	92
Tabla 30. Contraste de significancia del modelo de regresión logística (LR)	93
Tabla 31. Bondad de ajuste del modelo de regresión logística (LR)	93
Tabla 32. Pseudo R ² del modelo (LR)	94
Tabla 33. Contraste de la razón de verosimilitud de las variables del modelo (LR).....	94
Tabla 34. Resumen de clasificación del modelo (LR).....	95
Tabla 35. Valores de las categorías de cada variable para cada grupo (LR).....	96
Tabla 36. Resumen procesamiento de casos (MPL).....	104
Tabla 37. Información sobre la red (MLP).....	105
Tabla 38. Resumen del modelo (MLP)	105
Tabla 39. Clasificación mediante (MLP)	106
Tabla 40. Resumen de resultados de validación (Reserva) de los modelos (MLP).	108

Tabla 41. Resultados generales de clasificación de los tres modelos	111
Tabla 42. Variables que separan los cuatro grupos	112
Tabla 43. Lista de variables asociadas a los grupos	116
Tabla 44. Lista de variables que más aportan para la separación de los grupos.	117

Tabla de graficas

Gráfica 1. Población Institución Educativa de Belén de Umbría por niveles	37
Gráfica 2. Población Institución Educativa de La Virginia por niveles	37
Gráfica 3. Población Institución Educativa de Pereira por niveles.	38
Gráfica 4. Población estudiantil de las tres Instituciones educativas por niveles.....	38
Gráfica 5. Distribución de la muestra de las instituciones de Belén de Umbría y La Virginia.	44
Gráfica 6. Distribución de la muestra de la IE de Pereira y en general.	44
Gráfica 7. Distribución de la muestra.	45
Gráfica 8. Conjunto de puntos análisis de correspondencia múltiple	61
Gráfica 9. Gráficos por grupos (DA)	83
Gráfica 10. Gráfico de los grupos combinados (DA)	85
Gráfica 11. Gráfico de una neurona artificial	98
Gráfica 12. Funciones de activación	98
Gráfica 13. Ilustración del Perceptrón multicapa	99
Gráfica 14. Áreas bajo la curva y gráfico (MLP)	107

1. Información general

1.1 Título del trabajo de grado

Clasificación de roles de participación en el fenómeno del bullying por parte de estudiantes de secundaria del departamento de Risaralda (Colombia).

1.2 Área de investigación

Esta propuesta de investigación se encuentra enmarcada en la línea de las técnicas de clasificación de datos, en lo referente al campo estadístico y a la investigación de operaciones (Redes Neuronales), la cual aporta una aplicación a los modelos cuantitativos, en este caso al problema del bullying o acoso escolar. A demás de esto, es una propuesta enmarcada en el contexto psicosocial y pedagógico.

1.3 Materias asociadas a la investigación

1.3.1 Técnicas estadísticas.

Análisis Discriminante y análisis de Regresión Logística.

1.3.2 Redes neuronales

Perceptrón Multicapa.

2. Planteamiento del problema

Debido a que el fenómeno del bullying es una realidad frecuente al interior de centros e instituciones educativas del departamento de Risaralda (Colombia), y a su vez es uno de los elementos que más aportan al deterioro del clima escolar, resulta de gran importancia clasificar a la población estudiantil de acuerdo con su rol de participación en dicho fenómeno. Una vez tenemos clasificada la población, se puede dar un diagnóstico preciso de la misma en cuanto a dicha problemática, para finalmente con este insumo poder entender el clima escolar de la población estudiantil risaraldense y con ello determinar si es o no necesario aplicar acciones pedagógicas que conduzcan a la erradicación o mitigación de dicha problemática.

Clasificar una población escolar respecto a los roles de participación en el acoso escolar es posible mediante dos rutas:

Una es manual y a juicio de experto, y la otra es mediante técnicas no manuales. Resulta mucho más económico en cuanto a recursos de tiempo y dinero aplicar técnicas no manuales. El otro factor que resulta también relevante es lograr que las técnicas no manuales clasifiquen de forma óptima a una población escolar como lo haría un experto humano de forma manual. Es por esta razón que este trabajo de investigación busca implementar técnicas no manuales de clasificación, cuyos resultados serán contrastados con los resultados de la clasificación manual y con ello determinar si los métodos de clasificación no manuales que serán aplicados en esta investigación para el contexto del acoso escolar, son adecuados o no y en qué medida lo son.

Otro aspecto importante que debe ser tratado en este trabajo, es encausar esfuerzos hacia la determinación de perfiles, tanto de víctimas, agresores, víctimas-agresores y observadores para el contexto risaraldense en la problemática del bullying.

2.1 Preguntas de investigación.

¿El análisis discriminante, la regresión logística mediante análisis discriminante y el perceptrón multicapa permite clasificar de forma óptima una población estudiantil de acuerdo con los roles de participación en el fenómeno del bullying o acoso escolar?

¿Cuál de las técnicas de clasificación abordadas en esta investigación es la que mejor clasifica la muestra de estudiantes en cuanto a su rol de participación en el acoso escolar?

¿Cuáles es el conjunto de variables que permiten la mejor separación de los grupos (Acosadores, Víctimas, Víctimas-Acosadores y Observadores) para el contexto risaraldense?

¿Cuál es el conjunto de características que describen los cuatro roles de los estudiantes que participan del bullying en el contexto risaraldense?

3. Justificación

Los centros e instituciones educativas son uno de los medios empleados por la sociedad para educar a sus miembros, para procurar que las personas se formen idóneamente en: competencias básicas; que van desde la ciencia, la tecnología, el emprendimiento, el lenguaje, la lengua extranjera, las ciencias sociales, salud, deporte, arte, cultura en general y en competencias ciudadanas, y de esta manera poder dar lo mejor de sí en la construcción del tejido social que mejor se ajuste a los modelos de progreso demandados por el mundo de hoy.

Existen otros instrumentos que forman al individuo durante su época escolar, entre ellos tenemos; los medios de comunicación, la familia y la sociedad. Pero es en la escuela donde resulta más fácil observar y abordar el comportamiento, la convivencia y las interacciones sociales de los alumnos, porque allí no solamente se aporta a la construcción de ciudadanía, sino que también es el contexto donde los niños y jóvenes reproducen, replican las conductas aprendidas en otros entornos sociales.

Cuando hablamos de convivencia, estamos hablando de competencias ciudadanas, entendiendo las competencias ciudadanas << como el conjunto de habilidades y de conocimientos necesarios para construir convivencia, participar democráticamente, valorar el pluralismo y el medio ambiente, habilidades que se desarrollan desde la primera infancia y con las cuales el niño(a) va construyendo los principios que fundamentan los derechos humanos >> (*Guía #6 Estándares básicos de competencias ciudadanas, MEN de Colombia, 2004, p.6*).

Hablar de convivencia es también hablar del *decreto 1965* por el cual se reglamenta la *ley 1620*, de la *ley general de educación ley 115 artículo 5 numeral 2*, de la *declaración universal de los derechos humanos*, de la *ley 1732 - decreto 1038 Cátedra de la paz* [1], de los *ambientes escolares libres de discriminación –UNICEF Colombia* y de los *manuals de convivencia escolar* de los centros e instituciones educativas.

En resumen, lo que está diciendo toda esta legislación, es que formar ciudadanos, es formar humanos y es el sueño de la escuela, la familia y la sociedad.

Es posible mejorar la experiencia en materia de convivencia escolar de las instituciones y centros educativos colombianos, si estas, además de llevar a la práctica todas las políticas impartidas por el *ministerio de educación nacional (MEN)* y todo el conjunto de decretos, leyes y derechos mencionados, además de aplicar toda la fundamentación teórica que en la actualidad tenemos sobre ambiente escolar, entiendan primero que todo su problemática de ambiente escolar, entiendan cómo se comporta esta, en especial es muy importante que la escuela mida su problemática en cuanto al bullying o acoso escolar, ya que se puede decir que esta es una de las mayores responsables del entorpecimiento del clima escolar y de la paz de Colombia; como

afirma Rodrigo Prada-Sandoval: << *Es posible que exista una relación entre la violencia nacional con la violencia escolar* >>, además, diversos investigadores del acoso escolar advierten de las consecuencias para los estudiantes que padecen esta problemática, entre ellas: pérdida de la autoestima, trastornos emocionales, depresiones, pérdida del interés por estudiar, deserción escolar, suicidios o intentos del mismo, conductas antisociales, entre otras. Una vez la escuela ha entendido su problemática de bullying, es capaz de determinar qué acciones son las más ajustadas para lograr mitigarla, evitar su expansión y su evolución a cyber-bullying; problema aún más complejo debido a que se vuelve mucho más invisible de lo que es, dificultando aún más su detección y combate.

Actualmente en Colombia, la mayoría de casos de acoso escolar no son detectados y peor aún, son interpretados como situaciones de rutina de convivencia escolar, debido a que actualmente la forma en que se ha concebido su institucionalización no permite afrontarlo eficientemente. Como consecuencia de esta concepción, los problemas asociados al ambiente escolar se enfocan principalmente en la falta y la vulneración de la integridad de los alumnos y no se logra determinar si realmente se trata o no de un caso de bullying, y la mayoría de casos o <<todos>> por decirlo así, son tratados como un problema más de disciplina; sujeto a comités de convivencia escolar y remisiones a otras instancias (comisaria de familia, policía de infancia y adolescencia, psicólogo entre otros), logrando con ello muy poco progreso y ninguna solución de tipo estructural que no permita su progreso, su propagación y el no encausamiento de la escuela y toda su comunidad educativa en el camino de la sana convivencia social.

Se debe tener mucha claridad para poder llegar a diferenciar los casos enmarcados como bullying de los casos de rutina de convivencia escolar. Ambas situaciones deterioran el clima escolar, pero como ya se dijo, es el bullying el que mayor deterioro produce al mismo, y esto es debido a su naturaleza sistemática, recurrente, violenta, masiva y difícil de descubrir. Diferenciar estas dos problemáticas no es tarea fácil, es por ello que seguir trabajando el ambiente escolar como lo ha venido enmarcando la ley, resulta pertinente pero no es eficiente. Para alcanzar la eficiencia, entendiendo por eficiencia aquellos entornos escolares donde reina la paz o por lo menos se aproxima a ella, es necesario abordar la problemática del bullying de otra manera y ese es el propósito de este trabajo de investigación.

Encaminar a la escuela Colombiana por la ruta de la paz, es posible por la siguiente vía: Primero, definiendo el perfil de cada uno de los actores (roles de participación en el acoso escolar) que interactúan en el bullying de la escuela Colombiana. Segundo, se toma información de la población estudiantil objeto de estudio, mediante algún instrumento que se enfoque en el acoso escolar y en sus roles y se consolida en una base de datos para su posterior procesamiento y análisis. Tercero, con la base de datos de los estudiantes, se procede a su clasificación por grupos de actores o roles mediante alguna técnica de clasificación. Cuarto, una vez se tienen separados los estudiantes por roles, se realiza el diagnóstico del bullying y del clima escolar en

dicho centro o institución educativa, y finalmente se determinan las acciones necesarias para la erradicación o mitigación de la problemática del bullying.

La clasificación del rol de participación (acosador, víctima, víctima-acosador y observador) de los estudiantes en el bullying, es una tarea dispendiosa y compleja, la cual resulta ser una práctica que en la mayoría de los centros e instituciones educativas de Risaralda y de Colombia no se hace, y las pocas que lo hacen, lo llevan a cabo de forma manual; a juicio de experto y a unos pocos casos puntuales. Para poder lograr ésto, recurren al historial de convivencia escolar y a la percepción que tienen los directivos, docentes, psicólogo(s) y docente orientador(a) sobre los alumnos.

La principal razón por la cual se aborda este trabajo de investigación, es porque las técnicas de clasificación, entre ellas: el análisis discriminante, la regresión logística y el perceptrón multicapa, pueden llegar a ofrecer una alternativa poderosa de clasificación no manual del rol de participación de los educandos en el bullying. Es por ello, que el objetivo principal es abordar el tema de clasificación con dichas técnicas, buscando construir mecanismos para realizar esta tarea con niveles de confianza significativos; muy próximos a los desarrollados por los expertos humanos y en tiempos relativamente muy bajos comparado con los métodos de clasificación manual. Además, las técnicas no manuales facilitan los procesos para proporcionar diagnósticos acertados del clima escolar al interior de las instituciones educativas, con el fin de encausar a las mismas y a todos los miembros de la comunidad educativa en políticas y acciones que propendan por mitigar y sobrellevar el bullying.

Otra de las razones por las cuales resulta importante abordar esta investigación, es porque su puesta en práctica no solamente permite la construcción de ambientes escolares de paz, sino que además, a los docentes y directivos de centros e instituciones educativas del departamento de Risaralda, les va a resultar mucho más fácil la detección de los roles de participación de los estudiantes en el bullying, debido a que la descripción de dichos roles en el contexto risaraldense, es uno de los objetivos principales de esta investigación.

Entender los fenómenos de convivencia escolar al interior de los centros e instituciones educativas es urgente y como tal, debe ser tomado en serio por las distintas comunidades educativas. Estudios importantes muestran <<*que un clima escolar desfavorable, pone en riesgo la calidad del servicio educativo, impacta negativamente la vida de los estudiantes que son víctimas de conductas agresivas; las cuáles pueden ir desde la inestabilidad emocional, el bajo rendimiento académico, la ausencia o deserción escolar hasta el suicidio, además, estos entornos son desarrolladores o reforzadores de conductas agresivas en los estudiantes, las cuales pueden llegar a resultar vinculantes con: conductas delincuenciales en la calle o en entornos virtuales durante la etapa escolar y/o al finalizar la misma. Los entornos escolares agresivos, son vinculantes con futuras conductas violentas en el adulto, que van desde; la*

familia, el trabajo, hasta la comunidad en general, sin dejar de mencionar que afecta seriamente en sus emociones de lo cognitivo>>

(Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying, Cervantes y Estrada¹, 2007, p. 3, 4, 5 y 27) [2].

Con todos estos argumentos podemos llegar a concluir que el no empoderarnos en lo que tiene que ver con la convivencia escolar, lleva a un deterioro inminente de la sociedad colombiana y nos aleja cada día más de la PAZ.

Por razones prácticas y obvias, este trabajo de investigación aborda esta problemática nacional desde el departamento de Risaralda, pero es necesario entender que Risaralda es Colombia y como consecuencia, nuestra estructura social es semejante a lo ancho y largo del país, por tal motivo, resulta relevante que el fruto de este trabajo de investigación sea ingrediente de inspiración y por qué no, insumo a ser considerado como política pública de educación de los colombianos en etapa escolar, logrando con ello, conducir a nuestro país a un verdadero territorio de paz, democracia y pluralidad.

¹ Laura Elizabeth Cervantes y Roberto Estrada. Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo.

4. Objetivos

3.1 Objetivo general.

Clasificar una muestra de alumnos/as de secundaria del departamento de Risaralda respecto a su rol de participación en el fenómeno del bullying o acoso escolar (Acosadores, Víctimas, Víctimas-Acosadores y Observadores), con los modelos de análisis discriminante, regresión logística mediante análisis discriminante y redes neuronales: Perceptrón multicapa (MLP). Comparar los resultados de clasificación de los tres modelos y determinar cuál de ellos es el mejor clasificador para dicho contexto.

3.2 Objetivos específicos.

1. Clasificar la muestra de alumnos respecto a su rol de participación en el fenómeno del bullying, de forma manual: a juicio de experto y de forma no manual con los modelos de: análisis discriminante, regresión logística mediante análisis discriminante y redes neuronales: Perceptrón Multicapa.
2. Comparar la clasificación arrojada por los modelos y determinar cuál de ellos es el mejor clasificador en dicho contexto; el que más se ajusta al modelo de clasificación manual realizado por el experto.
3. Determinar si hay o no separación entre los grupos y de esta manera lograr separar la muestra en grupos verdaderamente diferentes.
4. Determinar cuál es el conjunto de variables que discriminan los grupos.
5. Determinar las razones de tipo social, física, comportamental, económica entre otras, que motivan la aparición de algún tipo de rol asociado al bullying.

5. Marco legal

Esta investigación se encuentra enmarcada en la problemática de violencia escolar o bullying. A continuación se enuncia y se realiza una descripción de toda la parte legal, que la legislación colombiana y organismos internacionales han venido construyendo, cuyo único propósito es el de formar ciudadanos de paz a través de la escuela y en este caso; la colombiana.

5.1. Constitución Política de Colombia de 1991 [3]

Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

5.2. Ley 115 de febrero 8 de 1995 [4]

Artículo 1. Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad de sus derechos y de sus deberes.

Artículo 5. De conformidad con el artículo 67 de la constitución política de Colombia, entre los fines de la educación, se citan los numerales 1 y 2:

1. El pleno desarrollo de la personalidad sin más limitaciones que las que le imponen los derechos de los demás y el orden jurídico, dentro de un proceso de formación integral, física, psíquica, intelectual, moral, espiritual, social, afectiva, ética, cívica y demás valores humanos.
2. La formación en el respeto a la vida y a los demás derechos humanos, a la paz, a los principios democráticos, de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad y equidad, así como en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad.

Artículo 13. En sus numerales a, b, c y d. Objetivos comunes en todos los niveles de educación formal. Es objetivo primordial de todos y cada uno de los niveles educativos el desarrollo integral de los educandos mediante acciones estructuradas encaminadas a:

- a. Formar la personalidad y la capacidad de asumir con responsabilidad y autonomía sus derechos y deberes.
- b. Proporcionar una sólida formación ética y moral, y fomentar la práctica del respeto a los derechos humanos.
- c. Fomentar en la institución educativa, prácticas democráticas para el aprendizaje de los principios y valores de la participación y organización ciudadana y estimular la autonomía y la responsabilidad.
- d. Desarrollar una sana sexualidad que promueva el conocimiento de sí mismo y la autoestima, la construcción de la identidad sexual dentro del respeto por la equidad de los sexos, la afectividad, el respeto mutuo y prepararse para una vida familiar armónica y responsable.

Artículo 14. Dentro de las enseñanzas obligatorias, tenemos en su numeral d:

- 1. La educación para la justicia, la paz, la democracia, la solidaridad, la confraternidad, el cooperativismo y, en general, la formación en los valores humanos

5.3. Ley 1620 decreto 1965 de 2013 [5]

El gobierno Nacional reconoce que uno de los retos que tiene el país, está en la formación para el ejercicio activo de la ciudadanía y de los derechos humanos, a través de una política que promueva y fortalezca la convivencia escolar, precisando que cada experiencia que los estudiantes viven en los establecimientos educativos, es definitiva para el desarrollo de su personalidad y marcará sus formas de desarrollar y construir su proyecto de vida; y que de la satisfacción que cada niño y joven alcance y del sentido que, a través del aprendizaje, le dé a su vida, depende no solo su bienestar sino la prosperidad colectiva.

Artículo 1. Objeto. El presente decreto reglamenta el funcionamiento del sistema nacional de Convivencia Escolar y formación para el ejercicio de los derechos humanos, la educación para la sexualidad y la prevención y mitigación de la violencia escolar; sus herramientas; los lineamientos generales bajo los cuales se deben ajustar los manuales de convivencia de los establecimientos educativos, de acuerdo con lo ordenado en la ley 1620 de 2013 y otros aspectos relacionados con incentivos y la participación de las entidades del orden nacional y territorial, establecimientos educativos, la familia y la sociedad dentro del Sistema Nacional de Convivencia Escolar

Artículo 2. Ámbito de aplicación. El presente decreto se aplicará en todos los establecimientos educativos oficiales y no oficiales de educación preescolar, básica y media del territorio nacional y demás instancias que conforman el Sistema Nacional de Convivencia Escolar y formación para los derechos humanos, la educación para la sexualidad y la prevención

y mitigación de la Violencia Escolar, también a la familia, la sociedad y a los demás actores que participan en la Ruta de Atención Integral.

5.4. Guía # 6. Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas [6]

El marco de la formación ciudadana: El respeto, la defensa y la promoción de los derechos humanos.

Las competencias ciudadanas se enmarcan en la perspectiva de derecho y brindan herramientas básicas para que cada persona pueda respetar, defender y promover los derechos fundamentales, relacionándolos con las situaciones de la vida cotidiana en las que estos pueden ser vulnerados, tanto por las propias acciones, como por las acciones de otros. En esta situación las competencias ciudadanas representan las habilidades y conocimientos necesarios para construir convivencia, participar democráticamente y valorar el pluralismo.

Si estas habilidades y conocimientos se desarrollan desde la infancia, los niños y las niñas podrán ir construyendo los principios que fundamentan los derechos humanos y así los tendrán como horizonte para su acción y su reflexión. Al entender su verdadero sentido y al incorporarlos en la vida cotidiana, aprenderán, de verdad y no sólo en teoría, a promoverlos, a respetarlos, a hacerlos respetar y a buscar apoyo cuando éstos estén en riesgo.

5.5. Declaración Universal de los Derechos Humanos [7]

Considerando que la libertad, la justicia y la paz en el mundo tienen por base el reconocimiento de la dignidad intrínseca y de los derechos iguales e inalienables de todos los miembros de la familia humana

La asamblea general proclama la presente declaración Universal de derechos humanos como ideal común por el que todos los pueblos y naciones deben esforzarse, a fin de que tanto los individuos como las instituciones, inspirándose constantemente en ella, promuevan, mediante la enseñanza y la educación, el respeto a estos derechos y libertades, y aseguren, por medidas progresivas de carácter nacional e internacional, su reconocimiento y aplicación universales y efectivos, tanto entre los pueblos de los estados miembros como entre los de los territorios colocados bajo su jurisdicción.

Artículo 1. Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, dotados como están de razón y conciencia, deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2. Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición.

Artículo 3. Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4. Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5. Nadie estará sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 7. Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta declaración y contra toda provocación a tal discriminación.

Artículo 26 numeral 2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz

6. Marco conceptual

6.1. Clima escolar

Conjunto de conductas entre los miembros de la comunidad educativa, las cuales pueden o no favorecer la convivencia escolar. Uno de los fenómenos que más deterioran el clima escolar es el bullying o acoso escolar.

6.2. Bullying o acoso escolar

Se entiende como el comportamiento agresivo en el ámbito escolar, cuando interactúan los estudiantes entre sí, donde uno de ellos ejerce un acto deliberado, en abuso de poder permanente (los abusos son recurrentes) que dañan la autoestima, salud, integridad, libertad y seguridad e impide el desarrollo y atenta contra la igualdad de otro estudiante. Resulta importante resaltar que no debe confundirse al bullying o acoso escolar con algún episodio de violencia o conflicto entre dos o más estudiantes, su diferencia radica en la frecuencia en que se presentan los hechos; es superior a dos veces.

(Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying, Cervantes y Estrada, 2007, p.8).

6.3. Roles de participación en el acoso escolar de Risaralda (Colombia)

1. Acosador: Estudiante que inflige daño psicológico, económico, patrimonial, sexual o físico a otro u otros estudiantes de manera frecuente.

2. Víctima: Estudiante que recibe agresiones frecuentes de tipo patrimonial, sexual, física, psicológica o económica por parte de uno o varios agresores.

3. Víctima-Acosador² (Ambos): Es todo estudiante que presenta los dos roles de participación (acosador y víctima). Hasta ahora, este rol no ha sido abordado como tema de investigación, pero resulta evidente que al interior de los centros e instituciones educativas risaraldenses algunos estudiantes asumen el rol de víctimas o de acosadores de acuerdo con la situación experimentada; es decir, algunos estudiantes cansados de ser víctimas, empiezan su rol de victimarios o acosadores. Este doble comportamiento de algunas víctimas, se debe a la búsqueda

² Víctima-Acosador: Esta doble conducta ha sido observada en algunos estudiantes por la psicóloga Daiana Jaramillo R, a lo largo de cinco años de trabajo frente a temas de convivencia escolar en centros e instituciones educativas de Risaralda (Colombia). También ha sido observada por el docente investigador Ulises Díaz G, durante sus nueve años de experiencia como docente de aula en varias instituciones educativas de Risaralda.

desesperada de mecanismos de defensa frente a las agresiones, y es cuando de manera recurrente empiezan a responder de forma agresiva a sus acosadores o a otros compañeros. De esta manera la víctima comienzan su rol de acosador, un doble rol víctima-acosador.

Por las razones mencionadas, en este trabajo de investigación se crea el rol de víctima-acosador como otro rol de participación en el acoso escolar para el contexto risaraldense. Es indispensable considerar este rol, porque de no ser así los estudiantes con rol de víctima-acosador, van a quedar clasificados ya sea como acosadores o como víctimas y no como deberían ser.

En cuanto a la caracterización del rol de Víctima-Acosador, se tiene que este presenta las características de ambos roles; el de víctima y el de acosador. Las características de los Acosadores y de las Víctimas se mencionan en la sección 7.3. Numeral 7.3.1. del marco teórico.

4. Observador: Son los estudiantes espectadores de los maltratos que reciben sus pares (compañeros) por parte de sus agresores.

El estudio de los observadores del bullying, es un tema relativamente nuevo, pero de acuerdo a experiencias de aula, a la revisión de ciertos documentos que algunos investigadores han realizado y a algunas discusiones entorno a ello con algunos psicólogos conocedores del tema, podemos clasificar a los observadores en cinco (5) subgrupos: Los activos, los pasivos, el puro, el defensor valiente y el defensor temeroso. Los activos, son aquellos que no solamente observan, sino que de alguna manera ayudan al agresor. Los pasivos, son los observadores que no hacen nada para evitar las agresiones por miedo. Los puros, son los que simplemente observan y no hacen absolutamente nada por evitarlo porque no les importa. Los defensores, son ese grupo de estudiantes que de alguna manera intervienen para evitar que sus compañeros sean agredidos, dentro de los defensores tenemos dos subgrupos: los temerosos, son los que intervienen pero con miedo a ser agredidos y los valientes, son los que intervienen sin miedo alguno.

6.4. Técnicas de clasificación

La clasificación es el proceso en el cual una población o muestra de individuos es separada por grupos, y esto se logra gracias a unas funciones de clasificación. Actualmente existen diversas técnicas de clasificación de datos.

6.5. Análisis discriminante (DA)

El análisis discriminante, es una técnica estadística de análisis de regresión que permite determinar a qué grupo (categoría de la variable respuesta) pertenece un individuo a partir de un

conjunto de variables explicativas, para ello se construye una función discriminante, la cual es capaz de separar a cada uno de los individuos de una población o muestra en su correspondiente grupo (Agresor, víctima, víctima-agresor, observador).

6.6. Regresión logística (LR)

Por otra parte, la regresión logística, lo que hace es estimar la probabilidad de que una observación pertenezca a un grupo en particular (a una categoría o grupo) en función de un conjunto de variables previamente discriminadas.

6.7. Redes neuronales artificiales (ANN)

Las redes neuronales artificiales, son técnicas propias de la inteligencia artificial, las cuales también son empleadas en investigación de operaciones como métodos de clasificación de datos, como herramientas de pronóstico y reglas de asociación de datos, así como técnica de reconocimiento de patrones.

6.8. Perceptrón multicapa (MLP)

Es un tipo de red neuronal artificial, que está formada por múltiples capas, dicho modelo permite resolver problemas que no son linealmente separables. En cada capa se encuentran un conjunto de neuronas y se distinguen tres tipos de capas; capa de entrada, capas ocultas y capas de salida.

6.9. Porcentajes exitosos de clasificación de los roles o grupos de la muestra

En lo referente a temas sociales, puntualmente en el acoso escolar, dar un diagnóstico de la problemática del bullying de los centros e instituciones educativas, es predecir los porcentajes de su población que pertenecen a cada uno de los roles o grupos. Debido a la complejidad del estudio de la conducta humana, y más aún de los comportamientos sociales, resulta bastante satisfactorio alcanzar tasas de acierto de clasificación de una población estudiantil del 70% o más mediante técnicas no manuales, las cuales podemos considerar como tasas de clasificación exitosas. Resulta pertinente mencionar, que si dicha tarea de clasificación fuese realizada por un experto humano de forma manual, muy probablemente las tasas de acierto en la clasificación podrían estar alrededor del mismo porcentaje (70% o más) y con mayores costos en términos de tiempo, esfuerzo y dinero.

7. Marco teórico

Los primeros estudios sistemáticos sobre el acoso escolar o bullying fueron realizados en 1970, principalmente en Scandinavia. En 1973 Olweus³ publica un artículo llamado: *Forskning om skolmobbing* [8], el cual fue traducido al inglés en 1978 como: *Agression in Schools: Bullies and Whipping Boys* [9].

En los años 80s, Olweus desarrolló un cuestionario autoaplicable para evaluar el bullying, el cual resultó ser una muy buena herramienta empleada en futuros trabajos. De forma paralela con una compañía Noruega Anti_Bullying, Olweus desarrolló un programa de intervención en la escuela. La evaluación de la versión original del programa de Olweus de prevención de Bullying fue realizada entre 1983-1985, y en cuyo reporte presentó una reducción del bullying en alrededor de un 50%. Este programa sirvió de inspiración a futuras investigaciones. (*School Bullying*, Smith⁴, 2012, p. 1) [10].

Olweus definió al bullying o acoso escolar como: *<<El maltrato por abuso entre iguales, el cual es una conducta de persecución física y/o psicológica que realiza un alumno(a) contra otro(a), al cual escoge como víctima y lo hace de forma repetitiva>>*

<<Decimos que un estudiante está siendo hostigado por pares o es víctima cuando otro estudiante o varios de ellos:

Le dicen cosas con significados hirientes, o hacen burla de él/ella o lo/a llaman con nombres que tienen significados hirientes.

Lo/a ignoran o excluyen completamente del grupo de amigos o lo dejan fuera de cosas a propósito.

Lo/a golpean, patean, empujan, tumban, o lo/a encierran en un cuarto.

Dicen mentiras o difunden falsos rumores sobre él/ella, o envían notas y tratan de hacer que otros estudiantes sean antipáticos con él/ella.

Les hacen otras cosas hirientes.

Cuando hablamos de bullying, esas acciones suceden repetidamente y es difícil para él/la estudiante agredido/a, defenderse por sí mismo.

También llamamos bullying cuando se burlan repetidamente de manera hiriente de él/ella.

No llamamos bullying cuando la burla es hecha de una forma amigable y juguetona. Tampoco es bullying cuando dos estudiantes de más o menos la misma fuerza, discuten o pelean>> (Olweus, 2001, p. 6).

³ Doctor Dan Olweus, psicólogo sueco. Desde 1970 se ha especializado en violencia escolar y cuyas primeras investigaciones fueron publicadas en Suecia en 1973 y en Estados Unidos en 1978.

⁴ Peter K Smith, The nature of School Bullying. Profesor emérito de Psicología en el Goldsmiths College, University of London. Su interés en la investigación es en el desarrollo social de los niños.

7.1. Roles de participación en el acoso escolar

Se pueden definir como el conjunto de elementos o grupos que interactúan entre sí y cuyo resultado de dichas interacciones produce el fenómeno del bullying. Los roles o grupos presentes son los Acosadores, las Víctimas y los Observadores.

El Acosador, *<<todo aquel chico/a que abusa de los demás, rara vez es un alumno/a académicamente brillante. Más bien suele estar en el grupo de los que no obtienen buenos resultados, cosa que no parece importar mucho al grupo de iguales. Es curioso observar que el alumnado no utiliza los criterios de excelencia que los adultos utilizamos para enjuiciar a sus compañeros/as. Chicos/as de desastrosos rendimientos académicos, de pobre inteligencia para enfrentarse a tareas cognitivas, pueden gozar de prestigio social en base a sus habilidades en juegos y actividades no académicas.*

El chico/a que es prepotente o abusador con otros suele ser muy hábil para ciertas conductas sociales, como las que aprenden a desplegar ante las recriminaciones de los adultos; parece haber aprendido las claves para hacer daño y evitar el castigo, e, incluso, evitar ser descubierto. Siempre tiene una excusa o una explicación más o menos rocambolesca para justificar sus burlas, su hostigamiento o su persecución hacia otro/a. Capea la situación de forma virtuosista; nunca ha sido él/ella; siempre es capaz de demostrar que otro empezó primero y que él no tuvo más remedio que intervenir; otras veces, alude claramente a que fue provocado por la víctima. A veces los argumentos del que está ejerciendo una presión agresiva, prepotente o claramente abusiva de su compañero/a son cínicos: “él se lo ha buscado, al venir vestido así”, puede argumentar, refiriéndose a la ropa del chico/a del cual se acaba de mofar. Insistimos en que estamos hablando de un comportamiento despiadado y cruel, y no de un conflicto entre iguales que tienen un nivel semejante de capacidad de gestión de sus enfrentamientos o diferencia de intereses. Con frecuencia, son chicos/as populares y, a veces, muy simpáticos ante los adultos, a los que aprenden a adular. Es verdaderamente paradójico hasta qué punto adultos muy sensatos se dejan engañar con las gracias y los chistes de estos chicos/as, que son capaces de mantener un muro de silencio entre su vida social con sus iguales y sus relaciones directas con profesores/as y padres. Un grado de cinismo más o menos disimulado puede acompañar a este tipo de personalidades juveniles. El agresor/a de sus compañeros/as es un chico/a con una personalidad problemática. Muchas veces, debido a sus experiencias previas de haber sido victimizado/a por adultos, criado en un clima de abandono o de inestabilidad emocional, los chicos/as prepotentes o abusones deberían ser considerados como alumnos/as con necesidades educativas especiales. La configuración de su personalidad suele incluir rasgos tendentes a la psicopatía, que pueden ir corrigiéndose si se actúa tanto de forma preventiva como directa. Con frecuencia los abusones y maltratadores de otros son chicos/as que han sufrido o están sufriendo problemas de malos tratos por parte de adultos, muchas veces son víctimas del abandono, la crueldad o directamente el abuso de personas cercanas a su vida familiar. El ámbito de la vida doméstica ha sido, hasta hace muy poco, un escenario cerrado, regido por una rígida moral de

lo privado. Algunos chicos/as, que son objeto de una disciplina dura que incluye el castigo físico o la permanente humillación y desprecio por parte de sus familiares, trasladan esa forma de trato, de las que ellos/as son objeto, a los que son sus compañeros/as y deberían ser sus amigos/as; simplemente, el respeto no forma parte de su moral cotidiana y así lo reproducen con sus iguales. Todo ello los convierte en verdugos y víctimas; en personas que se están socializando en base a unas actitudes y unos comportamientos que les dificultan la comprensión de los sentimientos de los otros, porque viven la experiencia cotidiana de que sus propios sentimientos son ignorados, cuando no directamente agredidos. Por todo ello, es muy necesario considerar el problema social de los chicos/as que son violentos con los demás como un problema grave que aqueja a unas personas, todavía lo suficientemente inmaduras como para no poder asumir la complejidad psicológica de su situación. Sin embargo esta consideración no debe significar tolerancia hacia sus conductas, sino comprensión y afecto hacia sus personas. Los chicos/as que tienen un comportamiento injustificadamente violento o cruel con otros están necesitando tanta o más ayuda que los que son víctimas de sus compañeros. Ambos grupos de alumnos/as, especialmente cuando viven este tipo de experiencias de forma prolongada, deberían ser considerados chicos/as con necesidades educativas especiales>>.

(La convivencia Escolar: qué es y cómo abordarla, Ortega⁵ y Colaboradores, 1998, p. 43 y 44) >> [11].

La Víctima, <<El alumno/a que es víctima de sus compañeros/as no tiene características homogéneas. Puede ser un estudiante de buenos, malos o medianos rendimientos académicos. Casi siempre con escasas habilidades sociales, aunque no siempre es tímido ni reservado. A continuación vamos a ver algunos tipos de personalidad que, por uno u otro motivo, son susceptibles de tener problemas de victimización.

Se ha descrito un tipo de personalidad paradójica de chico/a muy interactivo, que se implica en conversaciones de otros grupos, sin haber sido invitado, que comete torpezas sociales que la inmensa mayoría de los chicos/as evitarían: son las llamadas víctimas provocadoras. Su torpeza suele ser excusa para los agresores, que justificarán su comportamiento con argumentos de reciprocidad, cuando está claro que sus respectivas capacidades de gestión de la propia vida social no son comparables.

Con frecuencia, las víctimas de burlas, marginación social y bromas pesadas son escolares bien integrados en el sistema educativo, especialmente en las relaciones con los adultos; atienden al profesor/a, son muy sensibles a las recompensas en cuanto a sus tareas académicas y provocan envidia y celos entre los otros. Pero nunca es un sólo factor el desencadenante, ni el responsable. Hay muy buenos alumnos/as que también son muy hábiles socialmente y aprenden a ocultar sus intereses académicos, a silenciar sus motivos y a seguir la corriente al grupo de

⁵ Rosario Ortega Ruíz, Psicóloga. Líneas de investigación: Convivencia y prevención de la violencia, Dating y Cyberbullying, Psicología, educación, arte y cultura, inteligencia lógica, inteligencia emocional, impacto emocional del aprendizaje de las matemáticas, Competencia social y gestión del conocimiento.

matoncillos; éstos no tienen problemas e incluso algunos pueden formar parte del grupo sin ser molestados. Conseguir evitar ser objeto de un grupo de prepotentes es una habilidad social, que no necesariamente acompaña a los que disponen de buenas habilidades cognitivas.

A veces, la víctima de sus compañeros/as resulta ser un chico/a cuya debilidad social proviene de no haber tenido experiencias previas de confrontación agresiva. Chicos/as sobreprotegidos o, simplemente, educados en un ambiente familiar tolerante y responsable, exhiben una gran dificultad para hacer frente a retos de prepotencia o abuso. Se sienten débiles e inseguros cuando tienen que hacer uso de una asertividad con claras connotaciones agresivas. Estos chicos/as sufren mucho y tienden a autoprotgerse encerrándose en un mundo Víctimas, agresores y espectadores de la violencia social más seguro, como es su relación familiar. Son chicos/as a los que les da miedo la pandilla de prepotentes y tienden a refugiarse en un reducido número de amigos íntimos, fuera de los cuales se sienten perdidos. Este tipo de chicos/as es, a veces, objeto de abuso por parte de grupos de avasalladores.

Muchas víctimas son, simplemente, chicos/as diferentes por tener una deficiencia física o psíquica. Chicos/as con dificultades de desarrollo, trastornos en su trayectoria de aprendizaje y que son objeto de programas especiales dada su situación, son, con más frecuencia que otros, víctimas de sus iguales. Pero no es necesario ser un chico/a especial, a veces sólo ser poseedor de una característica especial (usar gafas, tener orejas grandes, pequeñas o despegadas, una nariz demasiado grande, ser algo obeso o muy delgado, pequeño o grande para su edad, etc.) puede ser excusa para convertirse en objeto de burlas, desprecio, chistes, motes o agresión física. No olvidemos que el problema de la violencia es siempre un problema de crueldad y no sólo de conflicto.

Otro tipo de víctimas son las que pertenecen a grupos sociales diferenciados, como puede ser el caso de los gitanos en centros de mayoría paya o viceversa. Este tipo de violencia tiene una clara definición en el concepto de racismo. El maltrato entre escolares de diferentes grupos culturales es racismo y cursa, igual que cualquier otro tipo de abuso de poder, con prepotencia por parte del agresor e indefensión por parte de la víctima.

No siempre el chico/a víctima de sus iguales es una víctima pura. Con frecuencia, aquellos que han tenido una experiencia relativamente larga de ser victimizados, se convierten a su vez en agresores. Puede pasar que, durante un tiempo, se comporten con ambos papeles: ser victimizado y victimizar a otro, dándose así lugar a una especie de espiral de violencia, que resulta ser uno de los focos del clima disruptivo del centro. Por eso es tan importante prevenir y controlar la violencia entre iguales.

Se suele decir que debajo de cada verdugo hay una víctima, y en parte puede ser así. Muchos chicos/as señalados por otros como los agresores, son chicos/as que han sufrido previamente la violencia de adultos o de otros compañeros/as, y han realizado ya un aprendizaje social que les empuja a comportarse despiadadamente con aquellos otros que perciben como más débiles>>.

(La convivencia Escolar: qué es y cómo abordarla, Ortega y Colaboradores, 1998, p. 41 y 42).

El Observador (Espectador). <<El alumnado está bien informado sobre la existencia de problemas de malos tratos entre compañeros/as. Es decir, aunque no todos participan, conocen bien en qué consiste el problema, quiénes son los chicos/as prepotentes y abusivos con los otros, quiénes son objeto de abuso e intimidación, dónde tienen lugar los malos tratos y hasta dónde pueden llegar. ¿Qué hacen los adolescentes con esta abundante y abrumadora información que tienen? Es difícil saberlo. Sin embargo, es sencillo entender que estos conocimientos y estas experiencias pueden afectar a su sistema de creencias, ya que, aunque las situaciones violentas no les toquen personalmente, el intercambio de afectos y sentimientos que se dan en ellas puede llegar a ser devastador y cruel.

Cuando un chico/a insulta, humilla, intimida o agrede a otro/a en presencia de terceros, sin ahorrarse el espectáculo a los que pueden estar mirando e incluso piden su complaciente asentimiento, está provocando en la mente del espectador un problema de disonancia moral y de culpabilidad, porque le está pidiendo que aplauda, o al menos ignore, una crueldad de la que el espectador no es responsable como agente, pero sí como consentidor.

El espectador del abuso entre compañeros/as puede también verse moralmente implicado, cuando participa de convenciones y falsas normas referidas a la necesidad de callar, es la ley del silencio>>.

(La convivencia Escolar: qué es y cómo abordarla, Ortega y Colaboradores, 1998, p. 44 y 45).

7.2. Tipos de Bullying

Según <<la propuesta para identificar, caracterizar y tipificar el bullying, de Laura Elizabeth Cervantes y Roberto Estrada>>, el bullying se clasifica en cinco grupos: Económico, físico, patrimonial, psicológico y sexual.

En este documento los autores dicen: << Al observar el comportamiento entre los estudiantes y las acciones que se ejercen en contra del estudiante acosado, podemos afirmar que el **bullying (acoso escolar) económico**: es toda acción u omisión del estudiante acosador que afecta la supervivencia económica del estudiante acosado. Se manifiesta a través de limitaciones encaminadas a controlar su ingreso económico (le exigen dinero, le ponen <<cuotas>> para entrar al baño dentro del centro de estudios.

De la misma manera y siguiendo el esquema anterior, la violencia física se describe como: todo acto que inflige daño no accidental, usando la fuerza física, o algún tipo de arma, objeto o sustancia que pueda provocar o no lesiones, ya sean internas, externas o ambas.

Entonces entenderemos que el **bullying (acoso escolar) físico**: es todo acto que comete un estudiante o grupo de estudiantes contra otro y que le inflige daño no accidental, usando la fuerza física o algún tipo de arma, objeto o sustancia que pueda provocar o no lesiones, ya sean internas, externas o ambas.

*El **bullying (acoso escolar) patrimonial** podemos entenderlo como cualquier acto u omisión que afecta la supervivencia del estudiante acosado. Se manifiesta en la transformación, sustracción, destrucción, retención o distracción de objetos, documentos personales, bienes y valores del estudiante acosado.*

*El **bullying (acoso escolar) sexual** se define como: la acción u omisión mediante la cual se induce o se impone al estudiante acosado, la realización de prácticas sexuales no deseadas o respecto de las cuales se tiene incapacidad para consentir.*

*El **bullying (acoso escolar) psicológico**, es cualquier acción u omisión que dañe la estabilidad psicológica del estudiante, que puede consistir en insultos, humillaciones, devaluaciones, marginación, desamor, indiferencia, infidelidad, comparaciones destructivas, rechazo, chantaje, restricción a la autodeterminación y amenazas, las cuales conllevan a la víctima a la depresión, al aislamiento, a la devaluación o anulación de su autoestima e incluso al suicidio>>.*

(Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying, Cervantes y Estrada, 2007, p.8, 9, 10 y 11).

Por otra parte, los profesores⁶ Araceli Oñate, Iñaki Piñuela y Zabala, en su estudio *Cisneros VII* [12] describen ocho (8) modalidades de bullying psicológico: Bloqueo social, hostigamiento, manipulación, coacción, exclusión social, intimidación, agresiones y amenazas.

<<Bloqueo social, este no deja huella física en el acosado, se identifica cuando ningún compañero de clase le habla o cuando no quieren estar con él (ella). Hostigamiento, es cuando el acosador inflige en el acosado; molestias, lo estigmatiza en clases o en otros espacios, le manifiesta desprecio reiterado, lo(a) imita para burlarse. Manipulación, es la habilidad que tiene un acosador para manejar al acosado, para lograr que otros le ayuden a destruir el acosado o dañar su imagen. Coacción, se entiende como el grado de poder que el acosador tiene sobre la víctima para que diga o haga algo en contra de su voluntad. Exclusión social, cuando el acosado percibe que sus compañeros no quieren integrarlo a las actividades escolares, siente que lo rechazan. Intimidación, es cuando el acosado siente miedo. Agresiones, las agresiones pueden ser verbales o gesticulares. Finalmente las Amenazas, es cuando el acosador anuncia de forma permanente el mal que va infligir en el acosado>>.

(Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying, Cervantes y Estrada, 2007, p.12, 14, 16-19).

⁶ Araceli Oñate, Iñaki Piñuela y Zabala, investigadores estudio Cisneros VII.

7.3. Características de cada uno de los roles que configuran el bullying

Resulta indispensable definir las características que configuran los distintos perfiles o roles, cada rol de estos reúne una serie de aspectos personales, los cuales se definen de la siguiente manera:

7.3.1. Propuesta de caracterización del fenómeno del bullying

Características del acosador:

1. Problemas de autoestima
2. Habilidad cognitiva débil
3. Carente de empatía
4. No se hace responsable de sus actos
5. No mide la consecuencia de sus actos
6. Siempre cree que está actuando bien
7. Necesita atención de sus seguidores
8. Le gusta ejercer el poder
9. Procede de una familia inestable
10. Es egocéntrico
11. Necesidad de adulación
12. Tiene deseos de dominar y someter

Características de la víctima:

1. Problemas de autoestima
2. Habilidad cognitiva débil
3. No le gusta enfrentarse con sus compañeros
4. No le gusta ejercer el poder
5. No tiene confianza para comunicarse con su familia
6. Es introvertido
7. Tiene un alto grado de concentración en sus trabajos escolares
8. Deseos iniciales de participar en clase

Características de los observadores:

1. Miedo a volverse una víctima
2. Miedo de denunciar
3. Necesidad de ser aceptado por un líder
4. Siente admiración por el acosador
5. No tiene confianza para comunicarse con su familia
6. Tiene necesidad de aceptación en un grupo
7. Dividen a las personas en perdedores y ganadores

(Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying, Cervantes y Estrada, 2007, p.30 y 31).

7.4. Consecuencias de la violencia escolar o bullying

<< Las consecuencias del acoso escolar son muchas y profundas. Las manifestaciones de éstas en la víctima son: baja autoestima, actitudes pasivas, trastornos emocionales, problemas psicosomáticos, depresión, ansiedad y en diversas ocasiones, pensamientos o intentos suicidas. También se suman a esta lista, la pérdida de interés por las cuestiones relativas a los estudios, lo que puede desencadenar fracaso y abandono escolar, así como la aparición de trastornos de la conducta, del sueño, de la alimentación y sobre todo de las relaciones sociales. Las situaciones de violencia en sí mismas, traen consigo una serie de consecuencias para la salud y el comportamiento, tal y como se refiere en el estudio “Proposal for an Action Plan to Combat Violence in Schools” (“Propuesta de Plan de Acción para Combatir la Violencia en las Escuelas”), elaborado bajo la coordinación de la Comisión Europea (Salomäki y otros, 2001). En éste se afirma que “tanto las víctimas de la violencia escolar como los agresores, pueden padecer daño físico e incluso llegar a la muerte”. Es importante también destacar que las mayores consecuencias están relacionadas con la salud mental, pues aparecen frecuentes depresiones, traumas, baja autoestima y la proclividad para repetir modelos de conducta violenta en otros espacios, favoreciendo así la posibilidad de la comisión de delitos así como conductas antisociales. El entorno puede nutrir, fortalecer y fomentar la convivencia escolar hacia una orientación de relaciones interpersonales sanas, pero también, como se ha especificado, puede ser fuente de riesgos, conflictos y contradicciones. En tales circunstancias, es posible que se generen prácticas de violencia, intolerancia y delincuencia además de otros rasgos contrarios a una convivencia armónica. Si la escuela no logra ofrecer nuevas formas de convivencia, los códigos del ejercicio de la violencia se perpetuarían, representando entonces un entorno incierto, inseguro y agresivo en donde no exista transformación de comportamientos, de formas de relación y de convivencia. >>

(Violencia Escolar: Apoyo Comunitario como Propuesta de Prevención, Subsecretaría de Prevención y Atención Ciudadana, 2012, p. 38).

8. Estado del arte

8.1. En el año 2011 fue desarrollada una investigación en una escuela en el municipio de ciudad madero, en la zona sur del estado de Tamaulipas (México). El objetivo de esta investigación fue determinar la prevalencia del bullying de acuerdo a cada uno de los roles (víctima, acosador, víctima acosador y observadores) y explorar las variables asociadas con el riesgo de esta conducta. Para esta investigación se recurrió a una población de estudiantes de 786, de los cuales se tomó una muestra conformada por 688 estudiantes de edades entre los 11 y los 16 años. A estos estudiantes se les aplicó el cuestionario CIMEI (Concepciones sobre Intimidación y Maltrato entre Iguales). Dicho cuestionario se compone de tres secciones: la primera está dirigida a alumnos, la segunda a padres de familia y la última a profesores. Este cuestionario contempla seis dimensiones teóricas que exploran lo siguiente: la situación del alumnado, los perfiles de las víctimas, las condiciones de las intimidaciones, los perfiles de los agresores, los perfiles de los observadores y las propuestas de solución. Las variables son de diversos tipos: numéricas, categóricas ordinales y categóricas puras. Algunas variables son ordinales con tres categorías, unas pocas presentan más categorías pero estas evalúan la frecuencia de las intimidaciones. En general el cuestionario pregunta al alumno si ha sido o no intimidado, con qué frecuencia, el tipo de intimidación y dónde ocurren las intimidaciones. Con este se determinó que en cuanto a la prevalencia del bullying el 20.5% eran víctimas, 13.1% agresores, 27.4% víctimas-agresores. También se encontraron los factores de riesgo relevantes para las víctimas, para los agresores y para las víctimas– agresores, se describieron características propias del fenómeno del bullying y se determinó la magnitud del bullying en dicha escuela.

Para el análisis de la información se utilizó estadística descriptiva: χ^2 para la relación de variables categóricas. Para probar la hipótesis acerca de los factores asociados al riesgo y su correlación con los grupos de involucrados se efectuó un análisis de regresión logística calculando el rango de probabilidades (OR) con intervalos de confianza de 95% (IC 95%). Se consideró un nivel de significación estadística cuando $p \leq 0.05$. Para el análisis se dicotomizaron los tres grupos de involucrados con valores (0-1), al igual que los factores asociados al riesgo considerados para este estudio. Se utilizó el paquete estadístico SPSS® versión 14.0.

La clasificación del rol de participación de los estudiantes en el fenómeno del bullying se realizó bajo los siguientes criterios:

- a) La definición de *bullying* fue la utilizada por Olweus en sus trabajos.
- b) Se definió el rol de víctima cuando el participante señalaba cualquiera de las respuestas de los ítems 2, 3, 5 y 8, a excepción de la primera opción de cada uno de estos ítems (Nunca, Nadie me ha intimidado nunca, Nadie me intimida, Nadie me ha intimidado alguna vez, respectivamente).
- c) Se definió como agresor al alumno que optara por cualquier opción de respuesta a las preguntas 7 y 9 a excepción de la primera (Nunca me meto con nadie y No he intimidado a nadie, respectivamente).

d) Para considerar el rol de víctima-agresor, se tomó en cuenta que el participante contestara simultáneamente ítems inherentes al papel de víctima y agresor de acuerdo a las premisas establecidas con anterioridad.

e) Se definió que un alumno se comportaba como observador si contestaba cualquier opción de respuesta de los ítems 10 y 11 y que hubiera contestado la primera opción de respuesta de las preguntas 2, 3, 5, 8, 7 y 9. Finalmente, se administró una hoja de recolección de datos con una estructura dicotómica (Si/presente-No/ausente).

En general, en esta investigación para la clasificación de los 688 alumnos de dicha escuela de acuerdo a su rol de participación en el acoso escolar, se desarrolló de forma manual y a juicio de experto. Para ello se apoyó en los criterios enunciados en los numerales a, b, c, d y e; es decir, estas fueron las variables seleccionadas por el experto para separar los grupos. Esta investigación se presenta en [13]

8.2. En diciembre de 2015 en Montevideo (Uruguay), en [14] se expone una investigación en dos liceos de gestión estatal. Esta investigación buscaba identificar las diferentes formas de convivencia presentes en dos liceos de gestión estatal, enfocándose en las características del hostigamiento escolar y la posible influencia de las variables familia y clima escolar en la aparición de problemas de convivencia. En esta investigación se calculó de forma porcentual las distintas formas de violencia en cada uno de los liceos, por otra parte, se determinó que tanta asociación tienen ciertos factores con las distintas formas de violencia.

Para el desarrollo de la investigación, se realizaron entrevistas, grupos de discusión, revisión documental y la aplicación de un cuestionario a una muestra de 643 casos (45% del total de estudiantes de ambos centros). Así mismo, se plantea un marco conceptual sobre convivencia, violencia escolar y hostigamiento o *bullying*. A partir del cuestionario se definen diferentes manifestaciones de violencia escolar: verbal, de exclusión social, física contra la persona o contra los objetos. Se encuentran algunas asociaciones entre las diferentes formas de violencia y el género, el involucramiento familiar del estudiante, la presencia de adultos en los espacios escolares y la condición académica del estudiante.

Se aplicó como técnica estadística el análisis factorial para las variables relacionadas con grupos involucrados en la convivencia con violencia: los violentos mismos, sus víctimas y los testigos de las situaciones de violencia. A partir de este análisis factorial, se construyeron los siguientes indicadores de violencia:

VFD = violencia física directa, son las agresiones mediante golpes a la víctima;

VFI = violencia física indirecta, son las agresiones hacia los objetos de la persona (robos, roturas o desapariciones de los objetos de la víctima);

VSD = violencia simbólica directa, son las agresiones a través del lenguaje, como insultos, apodos, burlas o similares, y

VSI = violencia simbólica indirecta, son las agresiones a través de la exclusión social intencional.

Gracias a este análisis se encontraron los porcentajes presentes para cada uno de estos indicadores y por cada liceo.

El análisis de la información recogida en la encuesta fue procesado por el programa SPSS.

8.3. En marzo 8 del 2013 se presenta un artículo [15]. En este se presenta una investigación en la cual se clasificó una muestra de estudiantes (247 estudiantes) de acuerdo con los siguientes roles de participación en el fenómeno del bullying: Agresores, agresores-víctimas, víctimas. Estos estudiantes fueron seleccionados de acuerdo con los registros de convivencia del número de agresiones recibidas o propinadas en el último mes. A los estudiantes se les aplicó una encuesta, en la cual se destacaron tres grupos de variables (autoconcepto social, problemas de adaptación psicosocial y clima familiar). A los resultados de las encuestas se les aplicó análisis discriminante para determinar las variables que diferenciaban a los grupos. Finalmente se determinó una función discriminante y con ella se logró la clasificación de los grupos con un éxito del 70%.

La investigación se realizó de la siguiente manera: Fueron seleccionados 10 escuelas secundarias públicas de la zona sur de un Estado del Noroeste de México. De dichas escuelas se seleccionaron por muestreo 937 estudiantes, a partir de esta muestra inicial y de manera intencionada se seleccionaron a los estudiantes que participaban en situaciones de bullying, desempeñando roles de agresores, víctimas o agresores-víctimas. Como punto de corte para la identificación de los agresores y las víctimas se consideró lo propuesto por Solberg y Olweus (2003), quienes consideraron que tres o más reportes de actos de violencia cometidos o recibidos por parte de los compañeros durante el último mes indican participación en el fenómeno del bullying. Para el caso de los agresores-víctimas se tuvo en cuenta que reportaran tanto realizar como recibir agresiones por parte de los pares con la frecuencia antes mencionada.

Se constituyó una muestra de estudiantes de los 245 antes mencionados cuyos padres firmaron una carta de consentimiento. A estos se les aplicó una encuesta (*Cuestionario de «Caracterización de la Violencia» de Valdés et al. (2012)*), algunas de las preguntas del cuestionario presentaron cuatro categorías ordinales (Nunca, Casi Nunca, Regularmente y Frecuentemente y otro grupo de preguntas presentaron 7 categorías ordinales que van desde Nunca hasta Siempre. Luego de las encuestas se realizó el análisis estadístico de la información con métodos univariados (Anova de una vía y una prueba Post Hoc) para establecer si existían diferencias entre los subgrupos en lo relativo a las variables: autoconcepto social, clima familiar y problemas de adaptación psicosocial. Para el análisis multivariado se utilizó una prueba de dependencia, en particular un análisis discriminante.

Finalmente se determinó una función discriminante para diferenciar a los grupos (Agresores, agresores-víctimas, víctimas).

En conclusión, de acuerdo a los criterios mencionados se identificaron de los 245 estudiantes (26.1% de la muestra de 937) 50 (20.4%) se consideraron víctimas, 63 (25.7%) agresores-víctimas y 132 (53.9%) agresores.

8.4. En el año 2009, se presenta un artículo [16], cuyo objeto de estudio fue la clasificación de una muestra de estudiantes varones de acuerdo al grupo de pertenencia en la escala de homofobia. Para ello, a una muestra de 84 estudiantes de una escuela de varones ubicada en un centro regional en Victoria, Australia, identificada previamente por tener una cultura homofóbica, se le aplicó dos cuestionarios. El propósito fue identificar los estudiantes involucrados con el fenómeno de la homofobia y obviamente su escala de homofobia (homofobia por evitación o por agresión), así como las características relacionadas con sus mecanismos de defensa (Maduros, neuróticos e inmaduros).

Se realizó un análisis discriminante para identificar los predictores que mejor categorizan los estudiantes en los dos grupos de homofobia. Los predictores más fuertes de la homofobia entre los mecanismos de defensa fueron la idealización, la negación, somatización y la devaluación que representan el 18,31%, 17,64%, 13,10% y 11,35% de la varianza, respectivamente y que pertenecen a la categoría inmaduros. Los resultados evidencian una mayor contribución en la predicción respecto a la escala de homofobia al grupo de variables pertenecientes a la categoría inmaduro.

Se encontraron asociaciones entre el mecanismo de defensa y escala de homofobia, las cuales fueron examinadas usando el coeficiente de correlación de Pearson (r_s). Por otra parte, los participantes se dividieron en dos grupos; homofobia alta y baja, cada uno de estos dos grupos fueron analizados mediante análisis discriminante, con el propósito de determinar si cada grupo difiere en función de su mecanismo de defensa.

En cuanto a las correlaciones se encuentra que dentro de mecanismo de defensa el factor Inmaduro presenta una correlación significativa con la escala de homofobia (homofobia por evitación), mientras que el factor maduro se encuentra asociado con homofobia agresiva, con un $r = 0.43$ y un $p = 0.001$.

8.5. En 2010 en Osijek, Croacia [17], un artículo propone dos modelos de clasificación, una red neuronal y un modelo de regresión logística. Estos modelos permiten determinar si un estudiante de primaria es prodigio en matemáticas o no lo es. Finalmente, los modelos son comparados y se encuentra que el mejor clasificador es el modelo de regresión logística.

El modelo inicial fue creado sobre la base de un fondo teórico y el conocimiento heurístico sobre la superdotación en matemáticas, incluyendo cinco componentes: (1) competencias matemática, (2) los componentes cognitivos del prodigio, (3) componentes personales que contribuyan al desarrollo del prodigio, (4) los factores ambientales, y (5) la eficiencia del

aprendizaje activo y el ejercicio de los métodos, así como los grados y las actividades fuera de la escuela de los alumnos de cuarto año de primaria.

Una muestra conformada por 105 niños de grado cuarto fue seleccionada de 10 escuelas primarias en Osijek, Croacia, esta muestra fue utilizada para construir dos modelos que permiten clasificar estudiantes de acuerdo a si son o no prodigios en matemáticas. Los modelos empleados para la clasificación son: de redes neuronales (NN) y de regresión logística (LR). El modelo de redes neuronales escogido fue el modelo de red MLP (perceptrón multicapa), el cual fue seleccionado como el mejor predictor de tres modelos que fueron escogidos por el método de validación cruzada. Los tres modelos de redes neuronales validados fueron: el perceptrón multicapa (MLP), la función de base radial (RBFN) y la red neuronal probabilística (PNN).

Al revisar los resultados de clasificación de ambos modelos, se encuentra que el modelo MLP en promedio clasifica de forma exitosa al 71,98% de los niños; 78,28% de éxito para los niños dotados y un 65.69% para los niños no superdotados. Con ello se evidencia un mayor éxito en la clasificación de los niños dotados que de los no superdotados. Por otra parte, se encuentra que el modelo de regresión logística en promedio clasifica de forma exitosa al 76,81% de los niños; 80,7% de éxito clasificando niños dotados y un 72,92% clasificando niños no superdotados. Nuevamente se evidencia un mayor éxito en la clasificación de los niños dotados que de los no superdotados.

Con estos resultados se puede finalmente concluir que el modelo que mejor clasifica los estudiantes teniendo en cuenta la base teórica y el conocimiento heurístico sobre la superdotación en matemáticas es el modelo de regresión logística.

8.6. La Universidad Nacional de Colombia [18], en este artículo analiza el fenómeno del bullying, a partir de varias investigaciones realizadas en varias partes del mundo. Plantea las formas de acoso escolar y presenta algunas estrategias que pueden contribuir a prevenirlo y evitar esta situación en la escuela

<<Acoso escolar: Caracterización consecuencias y prevención, Cepeda, Universidad Nacional de Colombia, 2013, p. 1>>.

8.7. En un estudio en España [19], se analizó en una muestra de adolescentes escolarizados, la relación entre la percepción del clima familiar y la victimización por los iguales en la escuela junto con la autoestima y la satisfacción por la vida, teniendo en cuenta el género. Las relaciones entre las variables se han analizado en una muestra constituida por 1.884 adolescentes (52% chicos y 48% chicas) escolarizados en centros educativos de secundaria con edades comprendidas entre los 11 y los 17 años ($M = 13.7$, $DT = 1.4$). Los resultados del análisis de un modelo de ecuaciones estructurales muestran que la percepción del clima familiar, la autoestima

y la satisfacción con la vida se relacionan de forma significativa y negativa con la victimización escolar. Se realizaron análisis multigrupo que no mostraron diferencias significativas entre chicos y chicas, por tanto el modelo general propuesto es equivalente para ambos géneros.

<<*School Victimization: Family Environment, Self-esteem, and Life Satisfaction from a Gender Perspective, Povedano, Hendry, Ramos y Varela, 2010, p. 1*>>.

8.8. Un estudio exploratorio realizado en Medellín (Antioquía, Colombia) en el 2014 [20], sobre el acoso escolar, realizó 3.373 encuestas virtuales en 36 centros de educación básica secundaria y media, con el fin de identificar la presencia del fenómeno de acoso escolar y de establecer las formas específicas de su manifestación teniendo en cuenta edad, género y grado escolar. Los resultados demostraron la presencia de bullying en el 37,6% de los estudiantes encuestados, expresado en comportamientos de intimidación o agresión verbal, física y psicológica en estudiantes de ambos géneros y de todos los grados escolares. Para identificar al agresor y a la víctima, se empleó la encuesta de Paredes et al. Las preguntas se construyeron teniendo en cuenta los aspectos definidos por *Olweus (2001)*. Las preguntas fueron de tipo abiertas, selección múltiple con única y con múltiple respuesta. Como técnicas de análisis y procesamiento de los datos, se emplearon estadísticas descriptivas, se analizó estadísticamente el total de respuestas brindadas a cada subgrupo de preguntas, ya sea en el rol de agresor, víctima u observador; se estableció correlación respecto a la frecuencia de presentación en cada una de ellas para señalar el porcentaje de acoso escolar en la población participante. Para esta investigación, se establecieron como indicadores de la presencia de *bullying* todas aquellas manifestaciones de agresión que se presentan con una frecuencia de diariamente, varias veces a la semana, varias veces al mes y, por lo menos, una vez al mes, teniendo en cuenta la conceptualización del fenómeno de *bullying* en relación con la violencia escolar, en tanto que el primero requiere una frecuencia constante en el tiempo, mientras que el segundo hace referencia a episodios ocasionales o incidentales de agresión <<*Paredes et al., 2008*>>.

8.9. En los años 2005 y 2006 en la ciudad de Cali (Valle del Cauca, Colombia) se realizó el primer estudio exploratorio sobre el bullying [21]. Se realizaron 2542 encuestas a estudiantes de grado sexto, séptimo y octavo de 14 colegios de la ciudad, el propósito era identificar la presencia del problema y en caso de existir, establecer las formas específicas de manifestación, teniendo en cuenta edad, género y estrato socioeconómico. Los resultados demostraron la presencia de bullying en el 24.7% de los encuestados(as), expresado en comportamientos de intimidación o agresión verbal, física y psicológica en estudiantes de ambos géneros de todos los estratos socioeconómicos. Se encontró que la forma de agresión de mayor frecuencia es la verbal. Los datos se analizaron utilizando la versión 12 del paquete estadístico para ciencias sociales (SPSS para Windows), el cual permitió también realizar pruebas de independencia con los resultados obtenidos de las variables agresor/agresora, agredido/agredida, edad, género y grado escolar.

<<Estudio exploratorio sobre el fenómeno del bullying en la ciudad de Cali, Colombia, Paredes, Álvarez, Lega y Vernon, 2008, p. 1>>.

8.10. En el 2009 en la ciudad de Manizales (Caldas, Colombia) [22], se realizó un estudio, cuyo objetivo fue determinar la frecuencia de comportamientos violentos en colegios públicos y privados de Manizales. Para este estudio se empleó una muestra de 325 estudiantes en edades que van de los 10 a los 20 años, de cuatro colegios públicos y privados, de grados 6° a 11°. Como instrumento se aplicó encuesta con aspectos comunes en la escolaridad y adolescencia como el nivel socioeconómico, la exposición a la violencia intrafamiliar, la presencia de familias separadas, el consumo de sustancias y drogas ilegales, datos institucionales, características familiares y sociales y el comportamiento violento del adolescente (modelo ecológico, cuestionario de riesgo de violencia de Plutchik).

En los resultados, se encontró un riesgo de violencia según Plutchik de 45.2%, una edad promedio de 14.7 años, mayoría estrato 3 (41.5%). La mayoría de estudiantes (90.5%) no consumen drogas ilegales, y el resto (9.5%) consume principalmente cannabis, 82.5% son no fumadores, 69.2% de la población estudiada no consume alcohol, y de los que lo hacen 26.1% consume 1 a 2 veces por semana. Se encontró una relación significativa entre el riesgo de violencia según Plutchik, las variables del modelo ecológico, y las variables como funcionalidad familiar, consumo de alcohol y tabaco y consumo de sustancias ilegales. En conclusión se encontró un alto porcentaje de riesgo de violencia según Plutchik, en población escolar de Manizales.

<<Factores psicosociales asociados a comportamientos violentos en población escolarizada de Manizales, Caldas, Colombia. 2009, Amaya, Castaño, Constanza, García, Giraldo, Hernández, Toro, Moncada, Restrepo y Rodríguez, 2009, p.1>>

9. Marco Metodológico

9.1. Diseño del plan de investigación

9.1.1. Datos que se trabajaron

La información sobre la cual se trabajó, tuvo que ver con la convivencia escolar, puntualmente con el fenómeno del bullying.

La naturaleza de los datos en su gran mayoría fue de tipo categórico ordinal. Algunas pocas variables fueron de tipo numérico y categóricas puras.

La información trabajada estuvo relacionada con factores propios de los acosadores, de las víctimas y de los observadores. Se incluyó además variables relacionadas con el autoconcepto social, problemas de adaptación psicosocial, clima familiar y ambiente escolar. Por otra parte se involucraron variables que permitieron identificar aspectos familiares y personales de los estudiantes.

9.1.2. Población investigada

La muestra de alumnos fue tomada de una población perteneciente a tres Instituciones Educativas mixtas de estrato 1 y 2 del departamento de Risaralda (Colombia).

9.1.3. Instrumento empleado

Se diseñó un cuestionario, el cual se aplicó a la muestra de estudiantes seleccionada. Este cuestionario abarcó los aspectos planteados en el numeral 9.1.1.

Para la construcción del instrumento de recolección de datos (Cuestionario), se empleó como fuente de inspiración y de guía algunos cuestionarios existentes sobre el bullying, como fueron: Cuestionario sobre intimidación y maltrato entre iguales, mi vida en la escuela, estudio CISNEROS VII y otros disponibles en internet sobre bullying.

Además de dichas fuentes de inspiración, esencialmente el instrumento construido está enmarcado en la Propuesta de caracterización del fenómeno del bullying planteada por *Laura Elizabeth Cervantes* y *Roberto Estrada*, en su investigación: <<*Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying*>>.

El proceso de construcción del instrumento estuvo asesorado por la psico-orientadora de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal *Daiana Jaramillo Restrepo*⁷, y se contó también con la experiencia del investigador⁸ como docente de Básica Secundaria y Media.

Además de todo lo mencionado, también se tuvo en cuenta para la construcción del instrumento algunas entrevistas realizadas a estudiantes agresores, víctimas y observadores del bullying, los cuales fueron seleccionados bajo criterios observables.

9.1.4. Recolección de datos

En primer lugar se aplicó una prueba piloto (encuesta) a 15 estudiantes de la IE de Belén de Umbría, con el propósito de verificar si las preguntas del cuestionario eran claras para los estudiantes. Finalmente, fue aplicada la encuesta a la totalidad de la muestra de estudiantes, pero antes de eso, fueron capacitados para que pudieran comprender las preguntas del cuestionario.

9.1.5. Clasificación manual de las encuestas de acuerdo al rol de participación de los estudiantes en el acoso escolar

En esta parte, se realizó el proceso de clasificación manual y a juicio de experto de todas las encuestas aplicadas en las tres instituciones educativas respecto a los cuatro roles de participación en el acoso escolar o bullying (*Acosador, Víctima, Víctima-Acosador y Observador*).

9.1.6. Procesamiento de información

Sobre la información muestral recolectada se realizaron los siguientes análisis:

9.1.6.1. Análisis univariado

1. Codificación de los datos: Se asignaron valores numéricos a las categorías de las variables para su análisis de componentes principales.
2. Análisis descriptivo de las variables que separan los grupos: Se realizaron tablas de frecuencia, análisis descriptivo de las variables y gráficos estadísticos.

⁷ Daiana Jaramillo Restrepo. Psicóloga. Actualmente se encuentra ocupando el cargo de psico-orientadora de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal (Belén de Umbría, Risaralda, Colombia)

⁸ Ulises Díaz Gómez. Ingeniero de sistemas y candidato a magister en Investigación Operativa y Estadística de la Universidad Tecnológica de Pereira. Docente Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal e investigador “Clasificación de roles de participación en el fenómeno del bullying por parte de estudiantes de secundaria del departamento de Risaralda (Colombia)”.

9.1.6.2. Análisis multivariado

1. Análisis de componentes principales: Se buscó reducir la dimensionalidad del problema.
2. ANOVA de las variables de tipo numérico: Se buscó mediante pruebas de igualdad de medias determinar si estas variables sirven para discriminar los grupos.
3. Pruebas de independencia de variables: El objetivo fue encontrar las variables asociadas con los grupos.
4. Análisis de correspondencia múltiple: Se buscó entender cómo es la relación de las variables con los grupos, teniendo en cuenta la influencia de las demás variables.

9.1.6.3. Aplicación de técnicas de clasificación y comparación de las mismas

Técnicas de clasificación estadística:

1. Análisis discriminante: Con esta técnica se encontraron las variables que discriminan los grupos y a su vez se clasificó la muestra de acuerdo a su grupo.
2. Regresión logística: Se clasificó la muestra de acuerdo con su grupo con las variables que discriminan los grupos.

Técnicas de clasificación mediante redes neuronales:

1. Redes neuronales: Perceptrón multicapa (MLP). Se clasificó la muestra de acuerdo con su grupo empleando las variables que discriminan los grupos.

Comparación de técnicas:

Se compararon los resultados de clasificación de las técnicas y se determinó la mejor técnica de clasificación de los roles de partición en el acoso escolar para el contexto de Risaralda (Colombia).

9.1.6.4. Otros análisis

Además del proceso de clasificación, mediante el análisis discriminante se detectaron variables discriminantes y estudios descriptivos de tipología por grupos, y con ello fueron definidos los perfiles de cada rol.

9.2. Población

Se seleccionó una población escolar de secundaria perteneciente a tres instituciones educativas del departamento de Risaralda (Colombia). Cada una de las instituciones educativas

se encuentra ubicada en los municipios de Belén de Umbría, La Virginia y Pereira (Capital Risaraldense. Las instituciones de Belén de Umbría y La Virginia, son públicas, y la institución de Pereira es de naturaleza público-privada (Mega-colegio). Reuniendo las tres instituciones educativas llegamos a una población estudiantil de 2355 estudiantes de ambos géneros.

9.2.1. Descripción de la población estudiantil de las tres instituciones educativas:

1. La institución educativa del municipio de Belén de Umbría, se encuentra ubicada en el área rural, y contó con una población de 502 alumnos de ambos géneros, distribuidos así: 267 en básica primaria, correspondiente a un 53.19% de su población, 182 en básica secundaria, correspondiente al 36.25% y 53 estudiantes en la media, correspondiente al 10.56% de la población.

La secundaria de esta institución contó con: 45 alumnos en grado sexto (8.96% de los estudiantes de la institución educativa) distribuidos en dos grupos; uno con 23 y el otro con 22, en séptimo 51 alumnos (10.16%) distribuidos en dos grupos; uno con 25 y el otro con 26, en grado octavo 51 alumnos (10.16%) distribuidos en dos grupos; uno con 25 y el otro con 26, en noveno solo se encontró un grupo conformado por 35 alumnos (6.97%), en décimo un grupo de 27 alumnos (5.38%) y en grado once también un grupo conformado por 26 estudiantes (5.18%).

En su mayoría, los estudiantes de esta institución y sus familias son campesinos de estratos 1 y 2, cuya principal actividad económica es la agricultura. Algunas de estas familias provienen de otras regiones del país y han tenido que abandonar sus lugares de origen debido al fenómeno del desplazamiento forzado y a la falta de oportunidades económicas.

2. La institución educativa del municipio de La Virginia, se encuentra ubicada en el casco urbano de la misma, y contó con un total de 856 alumnos, de los cuales: 373 son de básica primaria, correspondiente a un 43.57% de la población, 357 en básica secundaria, correspondiente al 41.71% y 126 estudiantes en la media, correspondiente al 14.72% de su población.

Los estudiantes de secundaria de esta institución educativa estuvieron distribuidos de la siguiente manera: El grado sexto contó con 104 alumnos (12,15% de los estudiantes de la institución educativa), distribuidos en tres grupos de 38, 37 y 29 alumnos en cada uno de ellos, en grado séptimo 85 estudiantes (9.93%) asignados a dos grupos de 42 y 43 alumnos respectivamente, en octavo 96 alumnos (11.21%), distribuidos en tres grupos de 30, 30 y 36 estudiantes, en noveno un total de 72 estudiantes (8.41%), asignados a dos grupos de 38 y 34 alumnos cada uno, en grado diez 87 alumnos (10.16%) en tres grupos de 32, 34 y 21 estudiantes respectivamente y en grado once un solo grupo conformado por 39 estudiantes (4.56%).

En general, La población estudiantil pertenecen a estratos 1 y 2, un buen número de estudiantes y sus familias provienen de otras regiones del país. Los(as) jefes de los hogares de los estudiantes se dedica a trabajos informales, algunos de ellos laboran en el Ingenio Risaralda como corteros de caña de azúcar o en oficios varios, algunos se dedican al comercio puerta a puerta en el municipio de La Virginia y otros se dedican a vender productos en la carretera, entre otras actividades económicas. La población estudiantil de esta institución es flotante; es decir, ellos y su núcleo familiar cambian de municipio de manera frecuente. Algunos de sus estudiantes han sido víctimas de bandas criminales y del microtráfico, es por ello que una cifra importante de sus estudiantes presenta problemas de consumo de narcóticos.

3. Por último, tenemos la institución educativa ubicada en el área metropolitana de la ciudad de Pereira. Esta población escolar pertenece a los estratos 1 y 2, y contó con un total de 997 estudiantes de ambos sexos, de los cuales: 400 son de básica primaria, correspondiente a un 40.12% de la población de estudiantes, 447 en básica secundaria, correspondiente a un 44.83% y 150 en la media, correspondiente al 15.05% de su población.

La distribución de sus estudiantes en la secundaria fue la siguiente: El grado sexto con 120 alumnos (12,04% de los estudiantes de la institución educativa), distribuidos en tres grupos de 41, 40 y 39 estudiantes en cada uno de ellos, en grado séptimo con 103 alumnos (10.33%) asignados a tres grupos de 36, 36 y 31 estudiantes respectivamente, en octavo 116 alumnos (11.63%), distribuidos en tres grupos de 39, 39 y 38 estudiantes, en noveno un total de 108 estudiantes (10.83%), distribuidos en tres grupos de 37, 36 y 35 alumnos cada uno, en grado diez 75 alumnos (7.52%) en dos grupos de 36 y 39 estudiantes respectivamente y en grado once 75 estudiantes (7.52%) en dos grupos conformados por 39 y 36 estudiantes cada uno.

Por otra parte, se observa que un porcentaje bajo de los estudiantes y sus familias provienen de otras regiones del país. Respecto a la actividad económica de los(as) jefes de los hogares de los(as) estudiantes se dedica a trabajos informales, a la construcción, oficios varios, en fábricas, algunos son amas de casa, vendedores ambulantes, otros trabajan en fincas cercanas al sector y en un bajo porcentaje son profesionales.

Aproximadamente un 5% de su población estudiantil es flotante; es decir, ellos y su núcleo familiar cambian de municipio de manera frecuente.

En cuanto al núcleo familiar de los alumnos de esta institución, se observa un alto porcentaje de familias que tienen como cabeza de hogar madres o abuelos. Un bajo porcentaje de los estudiantes tienen a sus padres fuera del país o pertenecen a familias recompuestas (conviven con uno de sus progenitores y con su madrastra o padrastro).

En las Tablas 1 y 2, se presenta la información correspondiente a las tres poblaciones escolares.

Tabla 1. Población estudiantil de las tres instituciones educativas.

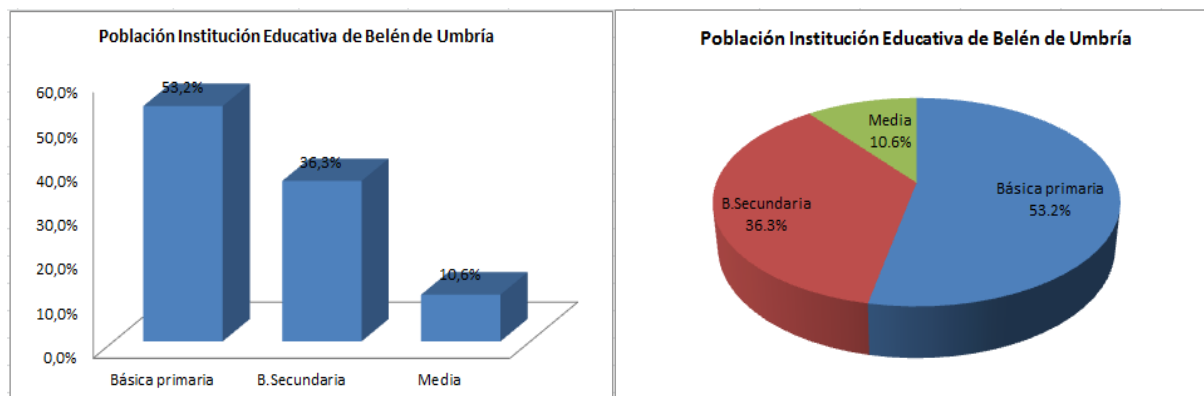
Institución Educativa/Municipio	Población estudiantil	Género (Sexo)	Alumnos(as) Básica Primaria	Alumnos(as) Secundaria			Porcentaje de estudiantes por nivel			
				Básica secundaria (6° a 9°)	Media (Grado 10° y 11°)	Total estudiantes secundaria	Básica primaria	Básica secundaria	Media	Estudiantes secundaria
Institución Educativa de Belén de Umbría (Risaralda)	502	Mixto	267	182	53	235	53.19%	36.25%	10.56%	46.81%
Institución Educativa de La Virginia (Risaralda)	856	Mixto	373	357	126	483	43.57%	41.71%	14.72%	56.43%
Institución Educativa de Pereira (Capital Risaraldense)	997	Mixto	400	447	150	597	40.12%	44.83%	15.05%	59.88%

Fuente: El autor

Tabla 2. Población estudiantil de secundaria discriminada por institución y por grados.

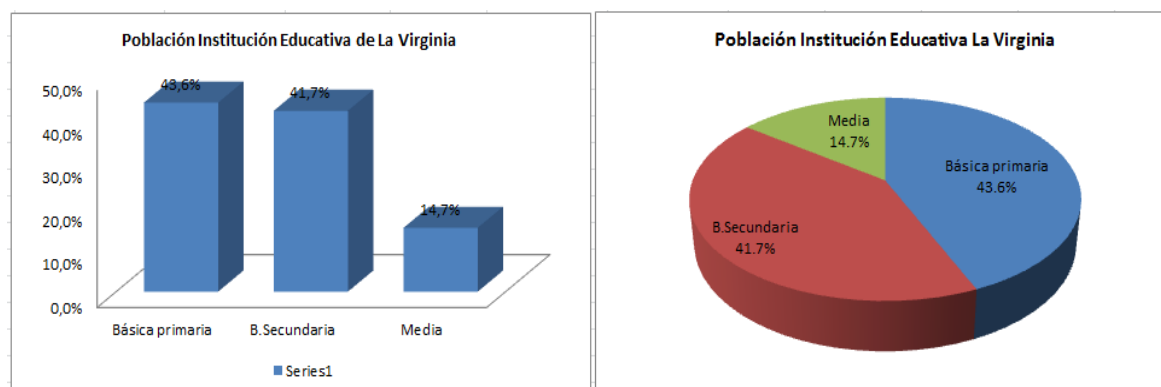
Institución Educativa/Municipio	Distribución de la población estudiantil de secundaria por grados y por porcentajes respecto a la Institución Educativa y a la población en general											
	6°	%	7°	%	8°	%	9°	%	10°	%	11°	%
Institución Educativa de Belén de Umbría (Risaralda)	45	8.96%	51	10.16%	51	10.16%	35	6.97%	27	5.38%	26	5.18%
Institución Educativa de La Virginia (Risaralda)	104	12.15%	85	9.93%	96	11.21%	72	8.41%	87	10.16%	39	4.56%
Institución Educativa de Pereira (Capital Risaraldense)	120	12.04%	103	10.33%	116	11.63%	108	10.83%	75	7.52%	75	7.52%
Total población	269	11.42%	239	10.15%	263	11.17%	215	9.13%	189	8.03%	140	5.94%

Fuente: El autor

Gráfica 1. Población Institución Educativa de Belén de Umbría por niveles

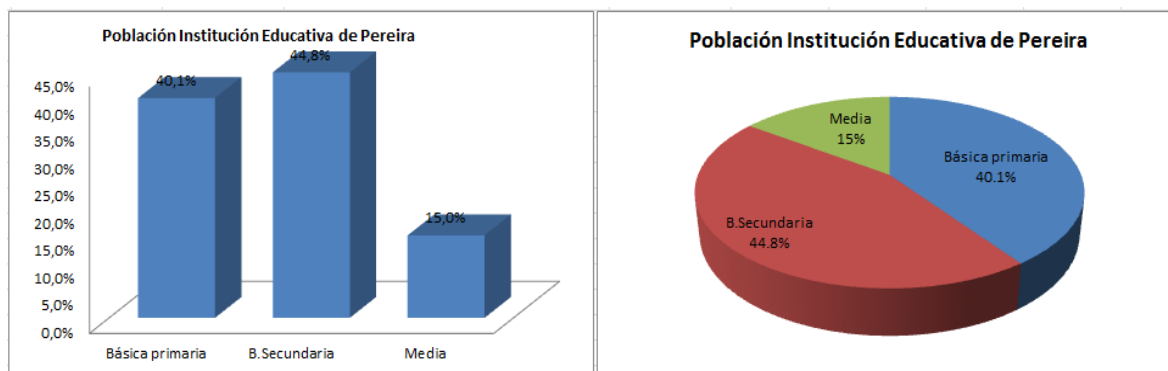
Fuente: El autor

En la institución educativa de Belén de umbría se observó una mayor concentración de estudiantes en la básica primaria (53.2%), seguida de la básica secundaria (36.3%). La media presenta una población baja (10.6%).

Gráfica 2. Población Institución Educativa de La Virginia por niveles

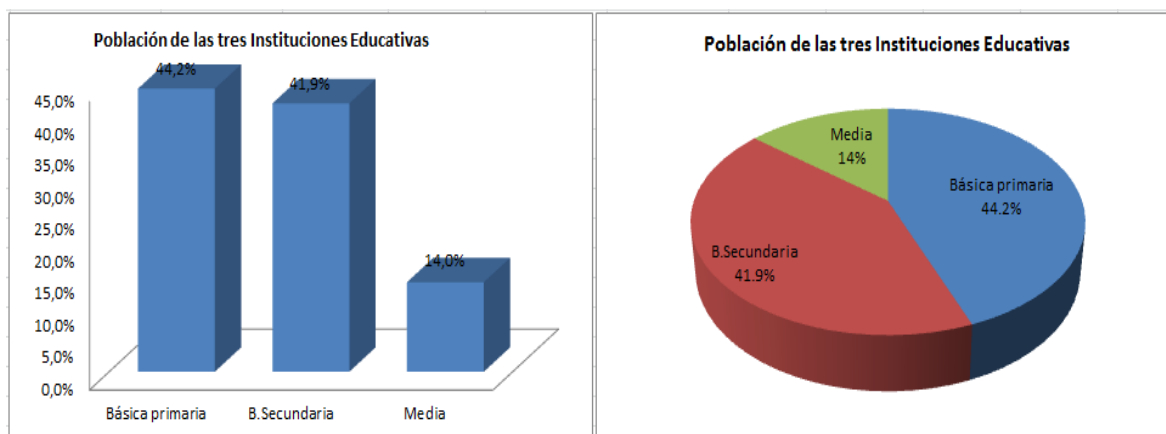
Fuente: El autor

En la Virginia, la básica primaria y secundaria presentaron una leve diferencia, siendo mayor el porcentaje de estudiantes en primaria (43.6%), seguido de la secundaria (41.7%). La media nuevamente presentó el menor número de estudiantes (14.7%).

Gráfica 3. Población Institución Educativa de Pereira por niveles.

Fuente: El autor

En Pereira, la básica secundaria presentó el mayor porcentaje de estudiantes (44.8%), seguida de la básica primaria (40.1%). El menor porcentaje lo tuvo la media con 15%.

Gráfica 4. Población estudiantil de las tres Instituciones educativas por niveles.

Fuente: El autor

Luego de analizar la población estudiantil en general y por niveles, se encontró que la básica primaria tuvo el mayor porcentaje de estudiantes (44.2%), seguida por la básica secundaria (41.9%) y la media presentó el menor porcentaje de estudiantes de la población (14%).

9.3. Muestra

El muestreo trabajado en esta investigación es conocido como muestreo aleatorio simple y fue aplicado solamente a los estudiantes de secundaria (básica secundaria y media) de cada una de las tres instituciones educativas.

El muestreo aleatorio simple, consiste en un procedimiento probabilístico y se caracteriza porque asigna el mismo valor de probabilidad de ser elegido a cada individuo de la población.

Resultó interesante aplicar este procedimiento en esta investigación, ya que la muestra estudiada fue relativamente pequeña y además de esto, en cada institución educativa se contó con los listados de los alumnos, lo que constituyó el marco muestral.

En la Tabla 3, se presenta la distribución de la muestra en cada una de las tres instituciones educativas:

Tabla 3. Muestra de alumnos

Institución Educativa/Municipio	Tamaño de la población (Estudiantes)	Niveles seleccionados para el muestreo	Tamaño de la muestra seleccionada	Porcentaje de la población seleccionada	Distribución de la muestra de estudiantes por grados y por porcentajes respecto a la muestra seleccionada											
					6°	%	7°	%	8°	%	9°	%	10°	%	11°	%
Institución Educativa de Belén de Umbría (Risaralda)	502	Básica secundaria y media	127	25.3%	23	18.11%	29	22.83%	29	22.83%	16	12.6%	17	13.39%	13	10.24%
Institución Educativa de La Virginia (Risaralda)	856	Básica secundaria y media	229	26.8%	46	20.09%	32	13.97%	49	21.4%	32	13.97%	55	24.02%	15	6.55%
Institución Educativa de Pereira (Capital Risaraldense)	997	Básica secundaria y media	237	23.8%	47	19.83%	45	18.99%	46	19.41%	42	17.72%	31	13.08%	26	10.97%
Totales	2355		593	21.18%	116	19.56%	106	17.88%	124	20.91%	90	15.18%	103	17.37%	54	9.1%

Fuente: El autor

En las tablas 4, 5 y 6 se presentan la muestra seleccionada de las tres Instituciones Educativas discriminada por género

Tabla 4. Muestra de estudiantes de la IE de Belén de Umbría discriminada por género.

Institución Educativa/Municipio	Grado	Género	Cantidad (muestra)	Porcentaje del grado
Institución Educativa de Belén de Umbría (Risaralda)	Sexto	Masculino	11	47.83%
		Femenino	12	52.17%
		Intergénero	0	0%
	Séptimo	Masculino	17	58.62%
		Femenino	12	41.38%
		Intergénero	0	0%
	Octavo	Masculino	15	51.72%
		Femenino	14	48.28%
		Intergénero	0	0%
	Noveno	Masculino	10	62.50%
		Femenino	6	37.50%
		Intergénero	0	0%
	Décimo	Masculino	14	82.35%
		Femenino	3	17.65%
		Intergénero	0	0%
	Once	Masculino	6	46.15%
		Femenino	7	53.85%
		Intergénero	0	0%

Fuente: El autor

Tabla 5. Muestra de estudiantes de la IE de La Virginia discriminada por género

Institución Educativa/Municipio	Grado	Género	Cantidad muestra	Porcentaje del grado
Institución Educativa de La Virginia (Risaralda)	Sexto	Masculino	37	80.43%
		Femenino	9	19.57%
		Intergénero	0	0%
	Séptimo	Masculino	24	75%
		Femenino	8	25%
		Intergénero	0	0%
	Octavo	Masculino	20	40.82%
		Femenino	29	59.18%
		Intergénero	0	0%
	Noveno	Masculino	17	53.13%
		Femenino	15	46.88%
		Intergénero	0	0%
	Décimo	Masculino	28	50.91%
		Femenino	27	49.09%
		Intergénero	0	0%
	Once	Masculino	9	60%
		Femenino	6	40%
		Intergénero	0	0%

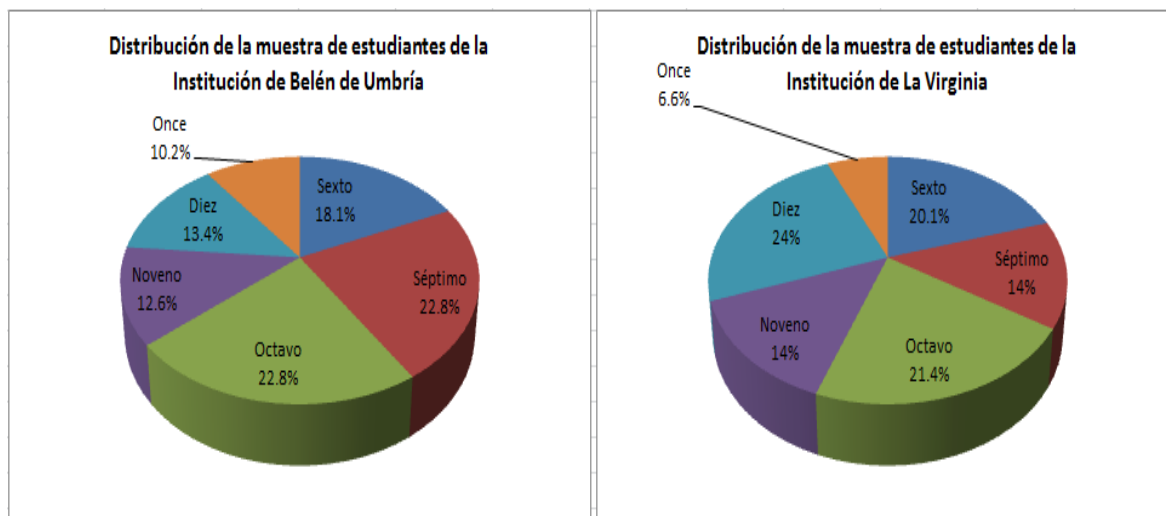
Fuente: El autor

Tabla 6. Muestra de estudiantes de la IE de Pereira discriminada por género.

Institución Educativa/Municipio	Grado	Género	Cantidad	Porcentaje
Institución Educativa de Pereira (Capital Risaraldense)	Sexto	Masculino	34	72,34%
		Femenino	13	27,66%
		Intergénero	0	0%
	Séptimo	Masculino	24	53,33%
		Femenino	21	46,67%
		Intergénero	0	0%
	Octavo	Masculino	25	54,35%
		Femenino	20	45,65%
		Intergénero	1	2,17%
	Noveno	Masculino	21	50%
		Femenino	21	50%
		Intergénero	0	0%
	Décimo	Masculino	14	45,16%
		Femenino	16	51,61%
		Intergénero	1	3,23%
	Once	Masculino	9	34,62%
		Femenino	15	57,69%
		Intergénero	2	7,69%

Fuente: El autor

Gráfica 5. Distribución de la muestra de las instituciones de Belén de Umbría y La Virginia.

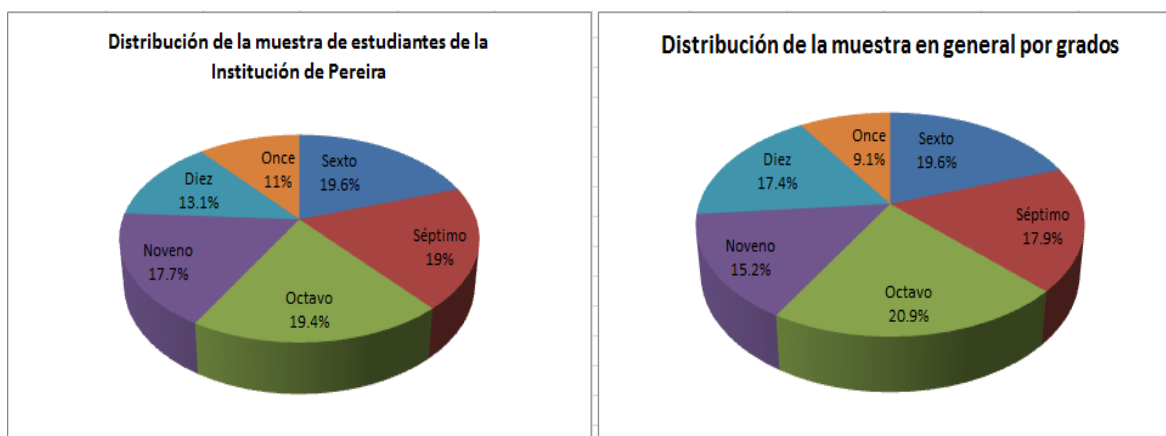


Fuente: El autor

La muestra de estudiantes de Belén de Umbría se distribuyó así: séptimo y octavo con un 22.8% cada uno, seguidos por grado sexto con un 18.1%, diez con un 13.4% y el grado con menor porcentaje fue noveno con un 12.6%

En La Virginia la muestra se conformó de la siguiente manera: Grado diez con un 24%, seguido de octavo y sexto con un 21.4% y 20.1% respectivamente y los grados con menor porcentaje fueron séptimo y noveno con un 14% cada uno.

Gráfica 6. Distribución de la muestra de la IE de Pereira y en general.



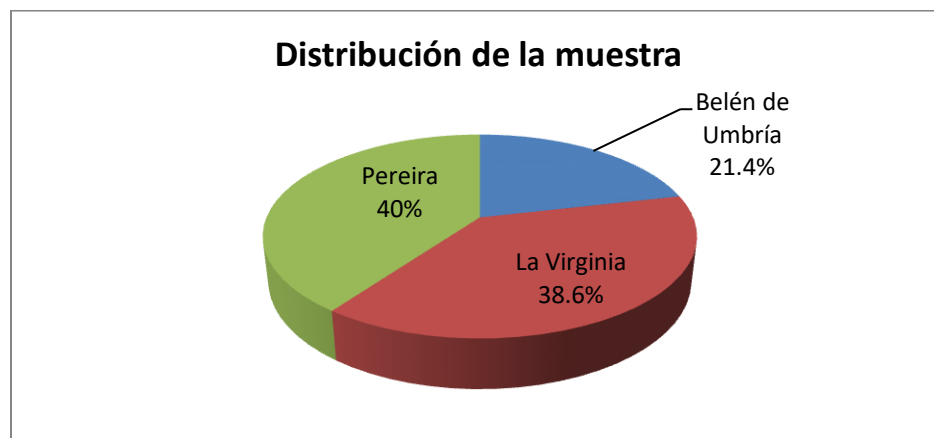
Fuente: El autor

La muestra de alumnos de Pereira presentó la siguiente distribución: el grado con mayor porcentaje fue sexto con un 19.6%, seguido de octavo y séptimo con un 19.4% y 19%

respectivamente, luego estuvo noveno y diez con 17.7% y 13.1% respectivamente y finalmente once con 11%.

En general, la muestra total corresponde a 593 alumnos de secundaria y se distribuyó de la siguiente manera: los grados octavos con un 20.9%, seguidos de los grados sexto con 19.6%, luego grados séptimos y diez con 17.9% y 17.4% respectivamente y finalmente tuvimos a noveno y once con un 15.2% y 9.1% respectivamente.

Gráfica 7. Distribución de la muestra.



Fuente: El autor

En cuanto a la muestra en general, se tiene que en la institución de Pereira el porcentaje fue el mayor con un 40%, seguido de La Virginia con 38.6% y la institución con menor porcentaje fue la de Belén de Umbría con 21.4%.

9.4. Descripción del instrumento

El instrumento empleado para la recolección de la información de los alumnos fue un cuestionario de preguntas cerradas, el cual recibió el nombre de <<ROPAE 2017. Anexo 1>> y significa: Roles de Participación en el Acoso Escolar año 2017.

Este instrumento fue diseñado, con la asesoría y revisión de la psicóloga de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal: *Daiana Jaramillo Restrepo*. Su construcción estuvo esencialmente enmarcada en la investigación <<Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el Bullying>>, de *Laura Elizabeth Cervantes Benavides* y *Roberto Estrada Olguín*. Por otra parte, para la construcción del instrumento también sirvió de apoyo las siguientes investigaciones y cuestionarios: <<Informe Cisneros VII: Violencia y Acoso Escolar>>, de *Araceli Oñate Cantero* y *Iñaki Piñuel y Zabala*, el <<Cuestionario sobre Intimidación y Maltrato entre iguales (CIMEI)>>, de *Ortega R Mora-Merchán. J.A.* y *Mora J*, <<La convivencia Escolar: qué es y cómo abordarla>>, de *Rosario Ortega Ruíz* y *Colaboradores*, y finalmente sirvió de inspiración y marco teórico, las investigaciones del doctor *Olweus*;

especialmente el cuestionario autoaplicable que desarrolló en los años 80s para evaluar el bullying.

El cuestionario ROPAE 2017 consta de 49 preguntas, las cuales integran factores propios del acosador, de la víctima y de los observadores. El cuestionario a su vez explora las siguientes dimensiones: Auto-concepto Social, adaptación psicosocial, clima familiar y ambiente escolar. También explora aspectos familiares y personales de los estudiantes encuestados.

Finalmente y además de los elementos mencionados, el cuestionario indaga sobre los hechos, es decir, todas aquellas situaciones en las cuales los alumnos manifiestan la victimización o la agresión con una frecuencia importante. Este punto es relevante, ya que el estudiante cuenta su experiencia y ello está apoyado en la tesis planteada por el doctor *Olweus* sobre el bullying (*Olweus, 2001, p. 6*).

Resumiendo la descripción del cuestionario, las primeras once preguntas, son de identificación, tocan aspectos particulares y concretos de cada estudiante: Nombre de su institución educativa, su edad, su género, grado que cursa, situación económica de su familia, número de hermanos, entre otras. Las preguntas número 5, 6, 7 y 9 tienen su respectiva explicación para su correcta respuesta. Desde la pregunta número 12 hasta la 49 las opciones de respuesta son categóricas ordinales, cada pregunta cuenta con cinco opciones de respuesta así: a) siempre, b) Casi Siempre, c) Algunas veces, d) Rara vez y e) Nunca, en este tipo de preguntas el estudiante escoge su valoración de acuerdo con su propia experiencia.

9.4.1. Dimensiones de los alumnos trabajadas

El auto-concepto social tiene que ver con la forma como el estudiante se ve a sí mismo(a), su propio concepto individual; su autoestima, su autoconocimiento, sus emociones, entre otras.

La adaptación psicosocial es la capacidad que tiene un estudiante de ajustarse a los nuevos entornos sociales y a sus normas.

El clima familiar abarca todos aquellos aspectos que tienen que ver con la convivencia en su hogar, qué tanto respeta las reglas de su casa y la percepción que tiene de las personas con quien convive.

El ambiente escolar se refiere a la percepción que el estudiante tiene de su escuela o colegio, la convivencia en el mismo, la relación que tiene con sus compañeros y docentes, así como la percepción de autoridad y preocupación de los docentes por mantener un clima escolar favorable.

A continuación se presenta una serie de tablas en las cuales se exponen ciertos aspectos y su respectivo número de preguntas asociado en el cuestionario.

9.4.2. Preguntas relacionadas con la caracterización de los roles de participación en el acoso escolar

Como ya se dijo, los roles propios del acoso escolar en el contexto de Risaralda son: los acosadores, las víctimas, las víctimas-acosadores y los observadores. Las características propias de cada uno de los roles fueron presentadas en el marco teórico de esta investigación numeral 7.3.1 <<Propuesta de caracterización del fenómeno del Bullying>> y en el sección 6.3. Numeral 3.

A continuación se presenta la tabla 7, la cual ilustra cada rol con sus características y las preguntas del cuestionario asociadas a cada una de ellas.

Tabla 7. Características de cada rol y preguntas asociadas a ellos

Rol	Propuesta de caracterización del bullying (Perfil de cada rol)	Preguntas
Acosador	Problemas de autoestima	12 a 16
	Habilidad cognitiva débil	16
	Carente de empatía	17
	No se hace responsable de sus actos	18
	No mide la consecuencia de sus actos	19
	Siempre cree que está actuando bien	20
	Necesita atención de sus seguidores	21
	Le gusta ejercer el poder	22
	Procede de una familia inestable	35, 36
	Es egocéntrico	21
	Necesidad de adulación	21
	Tiene deseos de dominar y someter	22
Víctima	Problemas de autoestima	12 a 16
	Habilidad cognitiva débil	16
	No le gusta enfrentarse con sus compañeros	23
	No le gusta ejercer el poder	22
	No tiene confianza para	37

	comunicarse con su familia	
	Es introvertido	24
	Tiene un alto grado de concentración en sus trabajos escolares	25
	Deseos iniciales de participar en clase	26
Víctima-Acosador	Reúne características de ambos roles	
Observador	Miedo a volverse una víctima	27, 34
	Miedo de denunciar	28
	Necesidad de ser aceptado por un líder	29
	Siente admiración por el acosador	30
	No tiene confianza para comunicarse con su familia	37
	Tiene necesidad de aceptación en un grupo	32
	Dividen a las personas en perdedores y ganadores	33

Fuente: El autor

9.4.3. Dimensiones y preguntas relacionadas con las mismas

Tabla 8. Dimensiones y preguntas relacionadas con ellas.

Dimensión	Preguntas
Auto-concepto social	De la 12 a la 16
Adaptación psicosocial	29 y 32
Ambiente escolar	26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 38, 39, de la 40 a la 49
Clima familiar	11, 35, 36 y 37

Fuente: El autor

9.4.4. Tipos de bullying y preguntas relacionadas con ellos

Tabla 9. Tipos de bullying y preguntas relacionadas con ellos.

Tipo de bullying	Preguntas
Psicológico	De la 41 a la 43
Físico	44
Económico	Ninguna
Patrimonial	45
Sexual	47 y 48

Fuente: El autor

9.4.5. Preguntas que identifican aspectos personales y familiares del estudiante encuestado

Tabla 10. Preguntas relacionadas con aspectos personales y familiares.

Aspecto	Preguntas
Personales	De la 1 a la 7
Familiares	De la 8 a la 11

Fuente: El autor

9.4.6. Preguntas vs tipos de variables trabajadas

Tabla 11. Preguntas vs tipos de variables

Tipo de variable	Preguntas
Numéricas discretas	2 y 10
Categorica dicotómica	7 y 8
Categorica politómicas	1, 3, 4, 5, 6, 9 y de la 11 a la 49
Categorica ordinal	De la 11 a la 49
Categorica nominal	1, 3, 4, 5, 6 y 9

Fuente: El autor

9.4.7. Ajustes al cuestionario de acuerdo al contexto Colombiano

En general el cuestionario fue ajustado al contexto Colombiano. La pregunta número 5, habla sobre la Etnia (Raza), acá se plantearon como opciones de respuesta las etnias predominantes en Colombia. En la pregunta número 6 que tiene que ver con las tribus urbanas, se colocó como opciones de respuesta las tribus urbanas predominantes en Colombia. En la pregunta 7, se preguntó sobre si pertenece o ha pertenecido a una pandilla, se realizó este tipo de pregunta debido a que el fenómeno de las pandillas es muy común en nuestro país. La pregunta número 8 indagó en el estudiante si es o no desplazado por la violencia o hace parte del programa de reinsertados (Desmovilizados). Este tipo de fenómeno social ha venido ocurriendo de forma muy frecuente en Colombia. La pregunta 9, se refirió al nivel de estudio del jefe (a) del hogar del estudiante encuestado, los niveles de estudio estuvieron ajustados a lo establecido por el Ministerio de Educación Colombiano. De la pregunta 11 hasta la última pregunta (pregunta 49), se formularon empleando un lenguaje fácil de interpretar por los estudiantes Colombianos.

10. Recolección de datos

La recolección de la información se logró gracias a la aplicación del cuestionario ROPAE 2017 (ANEXO 1) en las tres Instituciones Educativas seleccionadas.

Antes de aplicar las encuestas se solicitó el permiso a las secretarías de educación de Risaralda y Pereira. Allí manifestaron que ellos apoyaban los procesos de investigación, pero que los respectivos permisos debían ser autorizados por cada uno de los rectores de las Instituciones Educativas. Por otra parte, en la oficina de jurídica de la Secretaría de Educación de Risaralda manifestaron que durante la aplicación de las encuestas estuviese presente el (la) psico-orientador o docente de apoyo de cada institución educativa y con eso era suficiente.

Los estudiantes encuestados en las tres Instituciones Educativas fueron de ambos géneros.

Con el fin de garantizar el éxito en las respuestas del cuestionario, se realizó una prueba piloto a quince (15) estudiantes de la Institución Educativa de Belén de Umbría, además de esto, antes de iniciar la aplicación definitiva de las encuestas, se explicó a todos los estudiantes elegidos de cada Institución Educativa cada una de las preguntas y sus opciones de respuesta.

10.1. Aplicación de las encuestas

La primera institución encuestada fue la del municipio de Belén de Umbría en el mes de marzo de 2017. Antes de aplicar las encuestas el rector de esta Institución firmó el documento aceptando la aplicación de las mismas (ANEXOS 3), al igual que el director del servicio educativo de la secretaria de educación de Risaralda (ANEXOS 2), y durante la aplicación de las encuestas la psico-orientadora de esta institución estuvo presente y de acuerdo con el cuestionario ROPAE 2017 (ANEXO 6). El número de estudiantes seleccionados y la distribución de los mismos se discutió en el numeral 9.3. Muestra. La aplicación de las encuestas fue realizada por el investigador en tres (3) sesiones, distribuidas en tres (3) jornadas escolares y en un aula destinada para ello. En cada sesión se encuestaron tres (3) grupos de estudiantes correspondientes a tres (3) grupos, el tiempo empleado por los estudiantes para diligenciar la encuesta fue alrededor de quince (15) minutos, el tamaño de los grupos encuestados fue de diez (10) a doce (12) alumnos, en general los alumnos no presentaron problemas con la prueba y el investigador estuvo presente todo el tiempo para aclarar las dudas y para verificar que los alumnos respondieran todo el cuestionario de forma individual.

La siguiente institución educativa encuestada fue la del municipio de La Virginia durante el mes de abril de 2017. Antes de aplicar las encuestas la rectora de esta Institución firmó el documento aceptando la aplicación de las mismas (ANEXO 4), durante la aplicación de las encuestas la docente de apoyo de esta institución estuvo presente y de acuerdo con el cuestionario ROPAE

2017 (ANEXO 8), además colaboró en la aplicación de las encuestas. El número de estudiantes seleccionados y la distribución de los mismos se discutió en el numeral 9.3. Muestra. La aplicación de las encuestas fue realizada por el investigador en cuatro (4) sesiones, distribuidas en cuatro (4) jornadas escolares, en este caso en la tarde y para ello se utilizó un aula. En cada sesión se encuestaron de cuatro (4) a cinco (5) grupos de estudiantes correspondientes a cada grupo, el tiempo empleado por los estudiantes para diligenciar la encuesta fue alrededor de quince (15) minutos, el tamaño de los grupos encuestados fue de catorce (14) a quince (15) alumnos, en general los alumnos no presentaron problemas con la prueba, unos pocos estudiantes tuvieron dificultades con algunas palabras del cuestionario pero estas fueron aclaradas durante la aplicación. El investigador estuvo presente todo el tiempo para aclarar las dudas y para verificar que los alumnos respondieran todo el cuestionario de forma individual.

La última institución encuestada fue la del municipio de Pereira durante los meses de mayo y junio de 2017. Antes de aplicar las encuestas la rectora de esta Institución firmó el documento aceptando la aplicación de las mismas (ANEXO 5), además, firmó otro documento para garantizar la confidencialidad de los resultados encontrados una vez culmine el proceso de investigación. Durante la aplicación de las encuestas la Coordinadora de Convivencia Escolar y Psicóloga de esta institución estuvo presente y de acuerdo con el cuestionario ROPAE 2017 (ANEXO 7). El número de estudiantes seleccionados y la distribución de los mismos se discutió en el numeral 9.3. Muestra. La aplicación de las encuestas fue realizada por el investigador en tres (3) sesiones, distribuidas en tres (3) jornadas escolares y el espacio físico empleado para ello fue el área del restaurante escolar. En cada sesión se encuestaron de cuatro (4) a cinco (5) grupos de estudiantes correspondientes a cada grupo, el tiempo empleado por los estudiantes para diligenciar la encuesta fue alrededor de quince (15) minutos, el tamaño de los grupos encuestados fue de catorce (14) a quince (15) alumnos, en general los alumnos no presentaron problemas con la prueba, unos pocos estudiantes tuvieron dificultades con algunas palabras del cuestionario pero estas fueron aclaradas durante la aplicación. El investigador estuvo presente todo el tiempo para aclarar las dudas y para verificar que los alumnos respondieran todo el cuestionario de forma individual. Algunos alumnos no quisieron responder el cuestionario.

10.2. Consolidación de las encuestas

Una vez se culminó con la aplicación de encuestas, estas fueron consignadas (Base de datos) en una hoja de cálculo de Microsoft Office Excel 2010 para su posterior procesamiento, análisis y aplicación de técnicas de clasificación.

11. Análisis de datos y aplicación de técnicas de clasificación

El análisis de los datos se realizó a partir de la clasificación manual de la muestra de acuerdo con los roles de participación en el acoso escolar.

11.1. Clasificación manual de las encuestas

Se realizó la clasificación manual en cuanto al rol de participación en el bullying (acosador, víctima, víctima-acosador y observador) a los 593 estudiantes encuestados (muestra) de las tres Instituciones Educativas, dichas clasificaciones quedaron registradas en la base de datos ROPAE 2017.

La clasificación de las observaciones se realizó en compañía de la psico-orientadora de la Institución Educativa de Belén de Umbría *Daiana Jaramillo R*, y para ello, se tuvo en cuenta los siguientes criterios:

- Criterios de clasificación: Como criterios fueron empleados los planteados en el marco teórico numeral 7.3.1. <<*Propuesta de caracterización del fenómeno del bullying*>> y en la sección 6.3 numeral 3. En este punto se tuvo en cuenta la caracterización de cada uno de los cuatro grupos (acosador, víctima, víctima-acosador y observador).
- Experiencia adquirida: 9 años por parte del investigador y 5 años por parte de la psico-orientadora en el ejercicio de la educación básica y media, no solo en lo académico, sino también en lo referente a la formación integral y ello involucra la atención y resolución de conflictos escolares y de convivencia escolar.
- Los hechos: cuando se habla de los hechos, se hace referencia a todas las situaciones en las cuales los alumnos manifiestan la victimización o la agresión con una frecuencia importante. Esto es muy relevante, ya que el estudiante de alguna manera cuenta sus vivencias y ello se apoya en la tesis planteada por el doctor *Olweus*.

Los resultados de la clasificación manual y a juicio de experto de los 593 estudiantes fueron los siguientes:

54 Acosadores, 181 Víctimas, 275 Víctimas-Acosadores (Ambos) y 83 Observadores, correspondientes a 9.1%, 30.5%, 46.4% y 14% respectivamente. En esta clasificación claramente se observa que de los 593 estudiantes, 275 no se clasificaron ni en el grupo de las víctimas ni en el de los acosadores, y ello se debe a que reunieron característica de ambos roles. Por tal motivo estos 275 estudiantes se clasificaron en otro grupo, el cual se le dio como nombre: Víctimas.Acosadores.

11.2. Codificación de los datos

Para poder realizar el análisis de componentes principales de la muestra de datos (Base de datos ROPAE 2017), fue necesario codificar los datos.

Sea: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$ el conjunto de variables correspondientes al cuestionario ROPAE 2017 y W la variable de clasificación, la cual asigna cada individuo (alumno) a uno de los cuatro grupos.

donde X_1 es la variable o pregunta número 1

X_2 es la variable o pregunta número 2

X_3 es la variable o pregunta número 3

.

.

.

X_p es la variable o pregunta número 49

y

W es la variable de clasificación

La codificación quedó de la siguiente manera:

De las primeras 11 variables tenemos que: 7 son categóricas puras (preguntas número: 1, 3, 5, 6, 7, 8 y 10), 2 variables son categóricas ordinales (pregunta número: 4 y 11) y las 2 restantes son numéricas (preguntas número: 2 y 10).

Las opciones de respuesta de las variables categóricas puras, son categorías, cada una enumerada con los números 1, 2, 3, 4, ..., respectivamente, sin ningún orden jerárquico, es decir, cada categoría tiene igual peso. Las opciones de respuesta de las variables categóricas ordinales, son también categorías, cada una enumerada con los números 1, 2, 3, 4, ..., respectivamente, pero en estas, si existe orden jerárquico, es decir, todas las categorías tienen distinto peso.

Por otra parte, las variables que van desde la número 12 hasta la número 49, son de tipo categórico ordinal, y esto se debe a que sus opciones de respuesta son categorías: Siempre, Casi siempre, Algunas veces, Rara vez y Nunca. Cada categoría de este conjunto de variables fue codificada con numeración ascendente: 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente o descendente: 5, 4, 3, 2 y 1, obviamente, entre más peso presenta la categoría para el grupo analizado, mayor es el número que se le asigna como código.

11.2.1. Codificación de los datos de acuerdo al grupo

Las variables se codificaron en función del grupo a ser analizado de la siguiente manera:

1. Las primeras 11 variables; X_1, X_2, \dots, X_{11} , se codificaron como se explica en el segundo párrafo del numeral 11.2 y se hizo de forma idéntica para los cuatro grupos

2. Las variables que van desde la número 12 hasta la 49; $X_{12}, X_{13}, \dots, X_{49}$, fueron codificadas de forma numérica para cada grupo.

Ver cuestionario (ANEXO 1)

11.3. Análisis de componentes principales

Se realizó el análisis de componentes principales codificando las categorías de las variables en función de cada uno de los grupos (Acosadores, Víctimas, Víctima-Acosador y Observador) por separado, es decir, se realizó cuatro análisis de componentes principales, uno codificando las categorías de las variables en función de los acosadores, otro en función de las víctimas, etc. Esto se hizo con el fin de reducir la dimensionalidad del problema para los cuatro grupos; es decir, encontrar un número reducido de variables incorreladas que explique en muy buena medida los cuatro grupos.

El objetivo central del análisis de componentes principales es encontrar combinaciones lineales que maximicen la variabilidad del problema

Sea: X_1, X_2, \dots, X_p las variables

Z_1, Z_2, \dots, Z_p la variabilidad de cada componente extraída

En términos matemáticos las combinaciones lineales para cada Z_i , se pueden expresar de la siguiente manera:

Sea $z_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1p}X_p$

$$z_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2p}X_p$$

.

.

.

$$z_p = a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{np}X_p \quad \text{donde:}$$

z_i : corresponde a la i – ésima componentes, osea su variabilidad.

$\forall i = 1, 2, \dots, p$

a_{jk} : son los coeficientes que maximiza la variabilidad

de la componente $\forall j = 1, 2, \dots, n$ _individuos y $\forall k = 1, 2, \dots, p$ _variables

Matricialmente se puede expresar así:

$$Z = XA \quad \text{donde:}$$

Z: es la matriz de componentes, **X**: matriz de datos y **A**: es la matriz de combinaciones lineales

Normalmente se elige la primera componente z_1 , o máximo las dos primeras componentes principales, y esto se debe a que con estas se logra una buena explicación del problema y así trabajar con menos variables.

Este análisis se realizó con el software estadístico SPSS (versión 21 de 64 bits) y como ya se dijo se codificaron los datos como se describe en el numeral 11.2.1.

11.3.1. Resultados componentes principales

El análisis en función de los acosadores arrojó cinco componentes principales, las cuales explicaron el 53.15% del problema, cuya primera componente explicó el 19.875% del mismo.

En cuanto al análisis en función de las víctimas los resultados fueron ocho componentes que explicaron el 53.741% del problema y la primera componente explicó el 14.624%.

El análisis en función de las víctimas-acosadores arrojó como resultado nueve componentes principales, las cuales explicaron el 53.403% del problema, cuya primera componente explicó el 13.329% del mismo.

Finalmente, el análisis en función de los observadores arrojó como resultados cuatro componentes que explicaron el 50.711% del problema, cuya primera componente explicó el 17.763% del mismo.

Resumiendo, luego de analizar los resultados arrojados por las componentes principales en función de los cuatro grupos, se encuentra que la primera componente no explica de forma importante los grupos, es por esta razón que podemos concluir, que aplicar esta técnica no reduce la dimensionalidad del problema; es decir, no logra reducir el número de variables del problema y como consecuencia de ello no queda más que seguir analizando los grupos con las variables que se consideran más importantes para su descripción.

11.4. Análisis de varianza variables numéricas

Vamos a analizar las variables 2 <<Edad en años>> y 10 <<¿Cuántos hermanos tiene?>> y su relación con cada uno de los grupos (Acosador, víctima, víctima-acosador y observador), para ello vamos a realizar el análisis de varianza:

1. ANOVA de las variables numéricas 2 y 10:

Para este análisis se empleó el software Microsoft Office Excel 2010.

1.1. Variable número 2: <<Edad en años>>:

Tabla 12. ANOVA variable <<Edad>>

ANÁLISIS DE VARIANZA						
<i>Origen de las variaciones</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Cuadrado medio</i>	<i>F</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Valor crítico para F</i>
Entre grupos	9,50518127	3	3,168393757	0,79957539	0,494401097	2,620031808
Dentro de los grupos	2333,96868	589	3,962595383			
Total	2343,473862	592				

Fuente: El autor

Con el análisis de varianza se busca probar la igualdad en las medias (promedios), para ello vamos a realizar la siguiente prueba de hipótesis

Formulación de hipótesis:

$$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \bar{X}_4$$

H_1 : Algunas de las medias son diferentes

Donde \bar{X}_1 , \bar{X}_2 , \bar{X}_3 y \bar{X}_4 corresponden a las medias de la variable “2” en cada uno de los cuatro grupos.

con un $\alpha = 0.05$

Se emplea la prueba de Fisher como estadístico para aceptar o rechazar la hipótesis. El estadístico de Fisher es el siguiente:

$$F_0 = \frac{CMG}{CME} \quad \text{Ecuación (1)}$$

donde:

CMG: Es el cuadrado medio entre grupos

CME: Es el cuadrado medio dentro de los grupos

Se rechaza H_0 si $F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$

Tenemos que:

$$CMG = \frac{SCG}{a-1} \quad \text{Ecuación (2)}$$

$$CME = \frac{SCE}{N-a} \quad \text{Ecuación (3)}$$

donde:

SCG: Es la suma de cuadrados entre grupos

SCE: Es la suma de cuadrados dentro de los grupos

a: Cantidad de grupos

N: Es el número de observaciones de la muestra

Al aplicar la ecuación (1), como se muestra en la columna F de la tabla 14 tenemos:

$$F_0 = 0.79957539 \text{ y}$$

$$F_{\alpha, a-1, N-a} = F_{0.05, 3, 589} = 2.620031808$$

Se rechaza H_0 si $F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$ y como

$F_0 < F_{0.05, 3, 589}$; Por lo tanto se acepta H_0 y decimos que las medias de los cuatro grupos se consideran iguales

De esta prueba de hipótesis concluimos que la variable <<Edad en años>>, no es un factor que sirva para discriminar los grupos (acosador, víctima, víctima-acosador y observador)

1.2. Variable número 10: <<¿Cuántos hermanos tiene?>>

Tabla 13. ANOVA variable <<¿Cuántos hermanos tiene?>>

ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Entre grupos	1,948696603	3	0,649565534	0,16710385	0,918556606	2,620031808
Dentro de los grupos	2289,558892	589	3,88719676			
Total	2291,507589	592				

Fuente: El autor

Formulación de hipótesis:

$$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \bar{X}_4$$

H_1 : Algunas de las medias son diferentes

Donde \bar{X}_1 , \bar{X}_2 , \bar{X}_3 y \bar{X}_4 corresponden a las medias de la variable “10” en cada uno de los cuatro grupos.

con un $\alpha = 0.05$

Se emplea nuevamente la prueba de Fisher para probar la hipótesis.

En la columna F de la tabla 15 tenemos:

$$F_0 = 0.16710385 \text{ y}$$

$$F_{\alpha, a-1, N-a} = F_{0.05, 3, 589} = 2.620031808$$

Se rechaza H_0 si $F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$ y como

$F_0 < F_{0.05, 3, 589}$; Por lo tanto se acepta H_0 y decimos que las medias de los cuatro grupos se consideran iguales

De la anterior prueba de hipótesis concluimos que la variable $\ll \text{¿Cuántos hermanos tiene?} \gg$, no es un factor que sirva para discriminar los grupos (acosador, víctima, víctima-acosador y observador).

11.5. Pruebas de independencia

Con esta prueba se busca determinar si existe dependencia entre dos variables categóricas. Para realizar dicha prueba debemos recurrir a la siguiente prueba de hipótesis:

Sea: X_i una variable $\forall i = 1, 2, 3, \dots, 49$ y

W , la variable de clasificación de los grupos

H_0 = Las variables X_i y W son independientes

H_1 = Las variables X_i y W son dependientes

El valor de significancia es: $\alpha = 0.05$

El estadístico de prueba es el Chi-Cuadrado:

$$X^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}, \text{ donde:}$$

n_{ij} : Corresponde a los valores observados

$e_{ij} = \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}$, corresponde a los valores esperados

Se rechaza H_0 si $X^2 > X_{(r-1)(c-1)}^2$, donde:

r : corresponde al número de filas y c : al número de columnas

También podemos decir que se rechaza H_0 si el p – valor ≤ 0.05

A continuación tenemos pruebas de independencia de algunas variables con la variable de clasificación de los grupos (W)

11.5.1. Lista de variables que se les aplicó la prueba de independencia con la variable de clasificación de los grupos (Ver anexo 1):

Tabla 14. Lista de variables para pruebas de independencia

Variable X_i	Variable W
3, 4, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 33, 35, 36, 37, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 y 49	Clasificación (Acosador, víctima, ...)

Fuente: El autor

Se eligieron estas 34 variables, ya que se espera guardan relación con cada uno de los grupos. Esto se debe a que las variables 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 y 49 sirven para confirmar hechos reales de agresión de los distintos estudiantes encuestados, y las variables 3, 4, 12, 13, 14... hasta la 37, obedecen a la caracterización presentada en el numeral 9.4.2: <<Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying>>, Laura Elizabeth Cervantes y Roberto Estrada, p.30 y 31).

11.5.2. Resultados pruebas de independencia

Las pruebas de independencia se realizaron con el software estadístico SPSS (versión 21 de 64 bits) y Microsoft Office Excel 2010.

A continuación se presenta una tabla con el resumen de las pruebas de independencia entre la variable de clasificación y cada una de las variables de la tabla 14.

Tabla 15. Resumen pruebas de independencia

Prueba de independencia variable de clasificación (W) con la variable número:	X^2 Calculado	Grados de libertad	X^2 Crítico	$P - valor$	Se rechaza H_0 , si X^2 Calculado $> X^2$ Crítico
3	16.018	6	12.6	0.014	SI
4	18.99	15	24.995	0.218	NO
12	21.196	12	21.026	0.048	SI
13	10.042	12	21.026	0.612	NO
14	12.184	12	21.026	0.431	NO
15	15.423	12	21.026	0.219	NO
16	10.512	12	21.026	0.571	NO

17	29.533	12	21.026	0.003	SI
18	33.452	12	21.026	0.001	SI
19	53.682	12	21.026	0.000	SI
20	22.701	12	21.026	0.030	SI
21	143.289	12	21.026	0.000	SI
22	150.863	12	21.026	0.000	SI
23	124.085	12	21.026	0.000	SI
24	33.431	12	21.026	0.001	SI
25	12.087	12	21.026	0.439	NO
26	8.665	12	21.026	0.731	NO
27	16.122	12	21.026	0.186	NO
28	6.576	12	21.026	0.884	NO
29	20.796	12	21.026	0.053	NO
30	45.784	12	21.026	0.000	SI
33	13.974	12	21.026	0.302	NO
35	25.079	12	21.026	0.014	SI
36	20.413	12	21.026	0.060	NO
37	17.684	12	21.026	0.126	NO
41	82.688	12	21.026	0.000	SI
42	120.080	12	21.026	0.000	SI
43	43.758	12	21.026	0.000	SI
44	95.5	12	21.026	0.000	SI
45	81.130	12	21.026	0.000	SI
46	15.465	12	21.026	0.217	NO
47	30.712	12	21.026	0.002	SI
48	41.654	12	21.026	0.000	SI
49	168.554	12	21.026	0.000	SI

Fuente: El autor

En conclusión, tenemos que la variable de **clasificación (W)**, depende o tiene relación con las variables número: 3, 12, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 30, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 48 y 49.

Por otra parte, tenemos que la variable de **clasificación (W)**, es independiente o no tiene ninguna relación con las variables número: 4, 13, 14, 15, 16, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 36, 37 y 46.

11.6. Análisis de correspondencia múltiple

Esta técnica se emplea para analizar de forma gráfica las relaciones de dependencia o independencia de un grupo de variables categóricas partiendo de los datos de una tabla de contingencia. Existe el análisis de correspondencia simple y el múltiple. El simple se aplica cuando se analizan dos variables categóricas y el múltiple cuando analizamos más de dos variables categóricas. En esta investigación se aplica el análisis de correspondencia múltiple, debido al volumen de variables estudiadas.

Para realizar el análisis de correspondencia múltiple, se calculan los perfiles filas y columnas de la tabla de contingencia y con estos perfiles se construye una matriz de distancias chi-

cuadrado entre perfiles. Finalmente cada una de las distancias se representa de forma gráfica, para este caso se emplea una representación bidimensional.

En el gráfico se analizan las cercanías o lejanías entre cada uno de los puntos, los cuales representan categorías de las variables analizadas y finalmente se determina la relación de dependencia o asociación existente entre las categorías de las variables.

11.6.1. Aplicación análisis de correspondencia múltiple

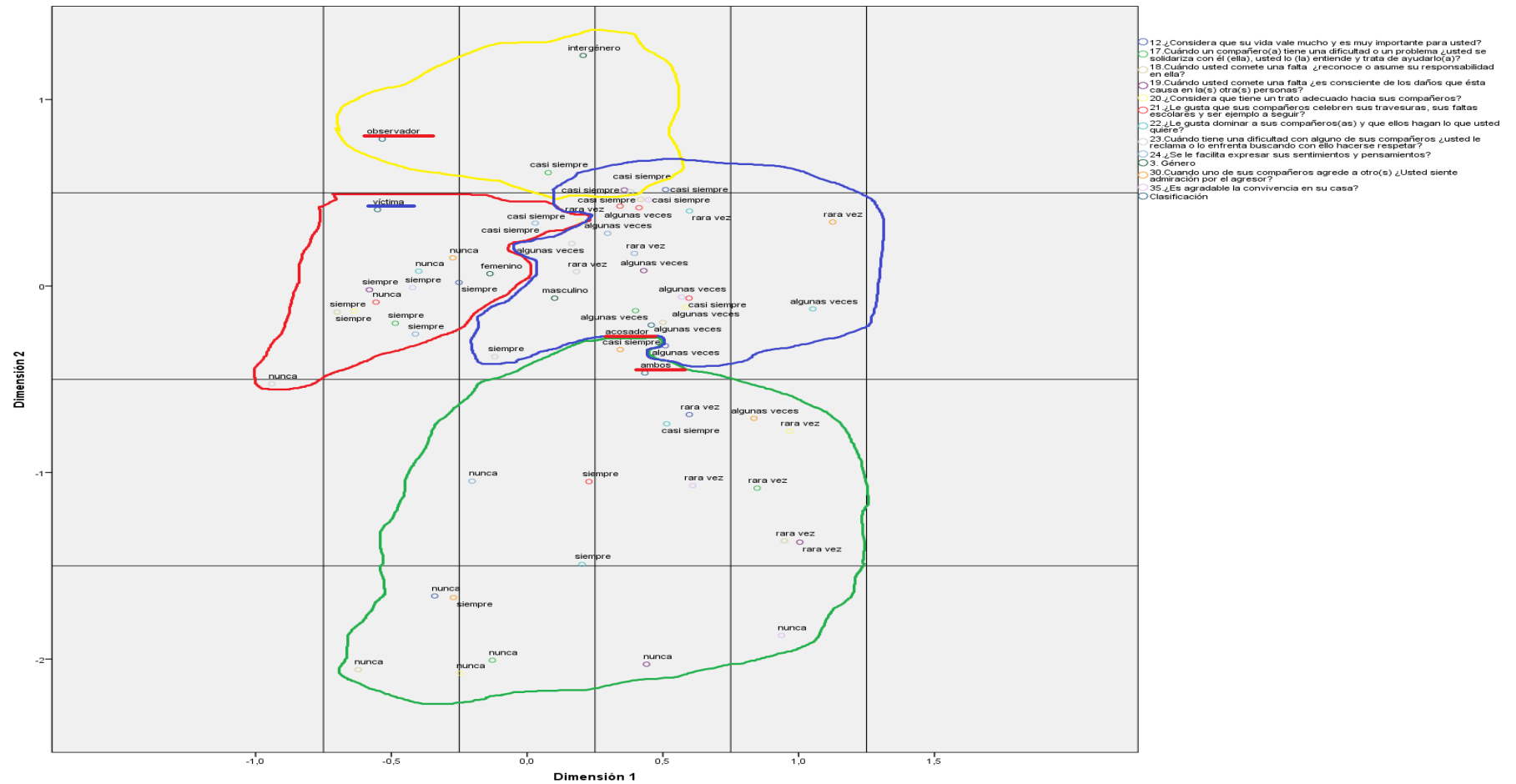
El análisis de correspondencia múltiple se realizó con el software estadístico SPSS (versión 21 de 64 bits). Las variables analizadas fueron algunas de las que presentaron relación con la variable de **clasificación (W)** numeral 11.5.2 (Pruebas de independencia). Se eligieron únicamente las variables: 3, 12, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 30 y 35 para poder entender como es la relación que éstas presentan con la variable de clasificación (**W**). No se realizó el análisis de correspondencia múltiple al resto de variables relacionadas con **W**, debido a que dicha relación es mucho más intuitiva y no vale la pena hacerlo.

El objetivo de este análisis fue encontrar el tipo de relación de cada una de las categorías de las variables 3, 12, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 30 y 35, con la variable de **clasificación (W)**. Este análisis se realizó con los valores de la base de datos original, es decir, los valores de las variables que se ingresaron al SPSS fueron las categorías: Siempre, Casi Siempre, Algunas Veces, Rara vez y Nunca.

Resultados:

Gráfica 8. Conjunto de puntos análisis de correspondencia múltiple

Diagrama conjunto de puntos de categorías



Fuente: El autor

De acuerdo con el gráfico 8 se tiene para cada uno de los grupos los siguientes resultados:

Víctimas:

Las categorías de las variables que presentaron asociación con este grupo, están encerradas en color rojo.

- Primero que todo, podemos decir que el grupo de las víctimas se encuentra conformado sobre todo por estudiantes del género femenino.
- Este grupo está asociado con las categorías siempre y casi siempre de las variables 18, 20 y 24. Lo que esto dice es que cuando las víctimas cometen una falta, siempre o casi siempre reconocen o asumen su responsabilidad en ella. Por otra parte, está diciendo que las víctimas siempre o casi siempre consideran que tienen un trato adecuado hacia sus compañeros, además de esto a las víctimas siempre o casi siempre se les facilita expresar sus sentimientos y pensamientos.
- El grupo de víctimas presenta asociación con la categoría siempre de las variables 12, 17, 19 y 35. Estas asociaciones dicen de las víctimas que en todo momento consideran que su vida vale mucho y es muy importante, siempre se solidarizan con los compañeros que tienen problemas y tratan de ayudarlos, está diciendo también del grupo de víctimas que cuando estos cometen una falta siempre son conscientes de los daños que causan a las otras personas y finalmente manifiestan que la convivencia en sus casas siempre es agradable.
- Finalmente, las víctimas se asocian con la categoría nunca de las variables 21, 22, 23 y 30. Esto está diciendo de las víctimas que nunca les gusta que sus compañeros celebren sus travesuras, sus faltas escolares y ser ejemplo a seguir, también no les gusta dominar a sus compañeros y que los sigan, cuando tienen una dificultad con algún compañero nunca le reclaman o lo enfrentan con el fin de hacerse respetar y por último, cuando presencian una escena en la cual un compañero agrede a otro nunca sienten admiración por el agresor.

Acosadores:

Las categorías de las variables que presentaron asociación con este grupo, están encerradas en color azul.

- El grupo de acosadores se encuentra conformado en su gran mayoría por estudiantes de género masculino.
- Este grupo presenta asociación con las categorías casi siempre y algunas veces de las variables 12, 19, 21 y 35. Lo que está diciendo esto es que a los acosadores en la mayoría de las veces considera que su vida vale mucho y es muy importante, cuando cometen una falta en la mayoría de las veces son conscientes de los daños que esta causa en las otras personas, en la mayoría de las veces les gusta que sus compañeros celebren sus travesuras, sus faltas y ser ejemplo a seguir y finalmente, los acosadores en la mayoría de las veces tienen una buena convivencia en su casa.

- Los acosadores presentan asociación con las categorías algunas veces y rara vez de las variables 22, 23 y 24. La explicación de esto es que a los acosadores algunas veces o rara vez les gusta dominar a sus compañeros y hacer que ellos hagan su voluntad, cuando tienen dificultades con sus compañeros algunas o pocas veces les reclaman o los enfrentan para hacerse respetar, además de esto, a los acosadores algunas o pocas veces se les facilita expresar sus pensamientos y sentimientos.
- Se presenta asociación entre los acosadores y la categoría algunas veces de las variables 17, 18 y 20. Lo que esto quiere decir es que los acosadores algunas veces se sienten conformes con su tono de voz y su forma de hablar, cuando cometen una falta algunas veces reconocen o asumen su responsabilidad en ella y finalmente, algunas veces consideran que tienen un trato adecuado hacia sus compañeros.
- Hay asociación entre la categoría rara vez de la variable 30 con el grupo de acosadores. Esto quiere decir que cuando un acosador observa que un compañero es agredido rara vez siente admiración por el agresor.

Víctimas-acosadores (ambos):

Las categorías de las variables asociadas a este grupo, están encerradas en color verde.

- El grupo de víctimas-acosadores está conformado en su gran mayoría por estudiantes de género masculino.
- El grupo de víctimas-acosadores se encuentra asociado con las categorías siempre y casi siempre de la variable 22 y siempre, casi siempre y algunas veces de la variable 30. Esto está diciendo de los estudiantes de este grupo que siempre o casi siempre les gusta dominar a sus compañeros y procuran porque ellos hagan su voluntad, por otra parte, cuando un estudiante víctima-acosador observa que un compañero es agredido en la mayoría de las veces siente admiración por el agresor.
- Hay asociación con la categoría siempre de la variable 21. Esto dice que a los víctimas-acosadores les gusta siempre que sus compañeros celebren sus travesuras, sus faltas y ser ejemplo a seguir.
- Existe asociación con las categorías rara vez y nunca de las variables 12, 17, 18, 19, 20 y 23. Esto quiere decir que para las víctimas-acosadores rara vez o nunca consideran que su vida es valiosa e importante, rara vez o nunca se solidarizan y tratan de ayudar a algún compañero que tiene dificultades, rara vez o nunca reconocen sus faltas y asumen su responsabilidad en ella, rara vez o nunca son conscientes de los daños que causan a las otras personas luego de cometer una falta, rara vez o nunca consideran que tienen un trato adecuado hacia sus compañeros y finalmente, cuando tienen una dificultad con algún compañero rara vez o nunca le reclaman o lo enfrentan con el fin de hacerse respetar.

Observadores:

Las categorías de las variables asociadas a este grupo, están encerradas en color amarillo.

- Se puede decir que el grupo de los observadores se encuentra conformado sobre todo por estudiantes del género femenino.
- Este grupo se encuentra asociado con la categoría siempre de las variables 17, 19 y 35. Esto nos está diciendo de los observadores que casi siempre se solidarizan con los compañeros que tienen alguna dificultad, casi siempre son conscientes de los daños que pueden causar a otra persona cuando cometen una falta y casi siempre tienen una buena convivencia en sus casas.

11.7. Aplicación de técnicas de clasificación propuestas

11.7.1. Análisis discriminante (DA)

El análisis discriminante es una técnica estadística multivariante que tiene dos propósitos. El primero es establecer si dos o más grupos están lo suficientemente separados para poder determinar que son diferentes. El segundo propósito es establecer reglas de clasificación que permitan asignar óptimamente un individuo a uno de los K grupos considerados. Para realizar dicho análisis se necesita de una variable dependiente que categoriza los grupos y de un conjunto de variables conocidas como variables explicativas, las cuales quedan resumidas en unas funciones conocidas como funciones discriminantes de Fisher.

El primer objetivo del análisis discriminante se logra mediante la proyección de los grupos, es decir, de los valores de las p -variables explicativas sobre un espacio q -dimensional, donde $q < p$, de manera que se maximice la separación entre ellos. El segundo objetivo se logra mediante la construcción de unas funciones conocidas como funciones de clasificación. La evaluación de estas funciones sirven para determinar a cuál de los K -grupos pertenecen cada una de las n -observaciones.

El análisis discriminante está basado en la descomposición de los vectores y valores propios de una matriz $H^{-1}E$. Los vectores propios de esta matriz determinan el espacio de proyección q -dimensional, donde $q = \min\{p, V_H\}$, a su vez:

$V_H = K - 1$, donde: $K = \text{número de grupos}$.

Las funciones $Z_i = a_1X_{1i} + a_2X_{2i} + \dots + a_pX_{pi}$ para $\forall i = 1, 2, \dots, n$, las cuales van a ser explicadas en el numeral 1, se les conocen como funciones discriminantes canónicas. Estas funciones permiten transformar cada punto $(X_1, X_2, \dots, X_p)'$ de R^p en un punto $(Z_1, Z_2, \dots, Z_p)'$ de

R^q . Los valores propios de la descomposición de $H^{-1}E$ miden de alguna manera la separación de los grupos en cada una de las dimensiones R^q .

Se puede decir que el análisis discriminante se parece al análisis MANOVA, la diferencia radica en que en el MANOVA la variable categórica (la de los grupos) es la variable explicativa y en el análisis discriminante la variable categórica es la variable dependiente.

1. Discriminante lineal de Fisher

1.1. Para el caso de dos grupos y P variables:

En general, la función discriminante de Fisher para el caso de P variables explicativas, resulta de la siguiente combinación lineal:

$$Z = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_pX_p \quad (1)$$

Para el caso de n observaciones y p variables explicativas la función discriminante de Fisher se puede definir así:

$$Z_i = a_1X_{1i} + a_2X_{2i} + \dots + a_pX_{pi} \quad \text{para } \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

donde:

Z_i : corresponde a la puntuación discriminante de la i – ésima observación.

La puntuación discriminante corresponde a las proyecciones de los valores de las variables X_1, X_2, \dots, X_p sobre el eje discriminante.

$X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi}$ son los valores de cada variable correspondientes a la i – ésima observación

a_1, a_2, \dots, a_p corresponde a los respectivos coeficientes de cada variable

De forma matricial, la función discriminante de Fisher se puede expresar así:

$$z = X a$$

Los valores desconocidos de la expresión (2) corresponden a los coeficientes a_i los cuales determinan el eje discriminante. Para poder encontrar dichos valores se emplea el siguiente criterio:

$$\max \lambda = \frac{a' E a}{a' H a} \quad (3)$$

En el numerador de (3) tenemos la variabilidad entre grupos y en el denominador la variabilidad intra grupos. Al resolver la maximización de λ lo que se está garantizando es que las proyecciones de los valores de las variables sobre el eje discriminante estén lo más separadas entre grupos y lo menos dispersas al interior de los grupos.

Para resolver (2) debemos derivar a λ respecto a a e igualar a 0.

Resolviendo tenemos que:

$$E a = H a \lambda$$

Simplificando

$$\lambda = H^{-1}E \quad (3)$$

Donde H y E Son matrices previamente conocidas, las cuales son formadas con la suma de cuadrados y productos cruzados entre grupos y la suma de cuadrados y productos cruzados intra grupos respectivamente.

O sea que para encontrar los coeficientes a_i o el vector a , debemos partir de $H^{-1}E$. En últimas, al encontrar a , estamos encontrando el vector propio y λ corresponde al valor propio.

Como estamos buscando clasificar dos grupos (A y B), debemos encontrar el punto de corte de dichos grupos, para ello se debe resumir la información de cada uno mediante sus respectivos vectores de medias.

Sean \bar{X}_A y \bar{X}_B los vectores de media de los grupos A y B respectivamente
Si en la ecuación (1) reemplazamos X_1, X_2, \dots, X_p por las componentes de \bar{X}_A y luego hacemos lo mismo con las componentes de \bar{X}_B se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\bar{Z}_A = a_1 \bar{X}_{1,A} + a_2 \bar{X}_{2,A} + \dots + a_p \bar{X}_{p,A} \quad (4)$$

$$\bar{Z}_B = a_1 \bar{X}_{1,B} + a_2 \bar{X}_{2,B} + \dots + a_p \bar{X}_{p,B} \quad (5)$$

En conclusión, el punto de corte de los dos grupos se define así:

$$C = \frac{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B}{2}$$

Al restar C en (1) en ambos miembros de la igualdad, tenemos que finalmente la función discriminante de Fisher está dada por:

$$Z - C = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_p X_p - C \quad (6).$$

O sea que podemos decir que para clasificar a una observación i en el grupo A, se debe cumplir $Z_i - C < 0$ y para clasificar una observación i en el grupo B se debe cumplir $Z_i - C > 0$.

1.2. Para el caso de más de dos grupos y P variables:

Para k grupos, donde $k > 2$, el número de ejes discriminantes está dado por $(k - 1, p)$. Como ya sabemos, k corresponde al número de grupos y p variables explicativas. Donde se debe cumplir que $p \geq k - 1$.

Como el número de ejes discriminantes es $k - 1$, o sea que se deben obtener $k - 1$ funciones discriminantes. Cada eje discriminante debe tener su respectivo vector a ; es decir, van a resultar a_1, a_2, \dots, a_{k-1} vectores, uno por cada función.

Para obtener los vectores a_1, a_2, \dots, a_{k-1} volvemos a la ecuación $\lambda = H^{-1} E$. De $H^{-1} E$ obtenemos el valor propio λ_1 y el vector propio a_1 , el cual corresponde al primer eje discriminante. Para obtener el resto de ejes discriminantes, se debe calcular el resto de valores propios y vectores propios λ_2 y $a_2, \dots, \lambda_{k-1}$ y a_{k-1} de $H^{-1} E$. De esta manera cada eje discriminante que se calcula de forma sucesiva tiene menor poder de discriminación que el eje anterior pero mayor que el siguiente eje discriminante. Los valores propios respectivos proporcionan una medida de las separaciones en cada grupo

Resumiendo, podemos decir que las funciones discriminantes de Fisher para el caso de más de dos grupos está dada por:

$$Z_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{ip}X_p \quad \text{para } \forall i = 1, 2, \dots, K - 1$$

Las magnitudes de los coeficientes de las variables están diciendo que tanto aporta cada variable a la separación de los grupos.

1.3. Prueba de significancia de separación de los grupos

Como ya se dijo los valores propios de la descomposición de $H^{-1}E$ miden de alguna manera la separación de los grupos en cada una de las dimensiones R^q , esta separación es proporcional al valor $\frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^p \lambda_k}$, por lo tanto resulta mayor en la primera dimensión y menor en sus sucesoras. Como consecuencia de ello puede suceder que dicha separación fuese realmente significativa en algunas dimensiones pero no necesariamente en las siguientes. Es por esta razón que se debe determinar la significancia de la separación en cada una de las dimensiones

Para determinar la significancia de la separación en cada una de las dimensiones; o sea, para determinar si los λ_i son estadísticamente significativos se plantea la siguiente prueba de hipótesis.

H_0 : No existe separación en las correspondientes dimensiones

H_1 : Por lo menos en una de las dimensiones existe separación

Con $\alpha = 0.05$, el estadístico de prueba es el *V de Barlett*.

Este estadístico permite determinar si las p variables que se escogieron como explicativas discriminan de forma significativa los k grupos en estudio. La idea es rechazar la hipótesis nula y con ello se prueba que por lo menos un eje discriminante si aporta a dicha separación, es decir, es significativo.

El estadístico *V de Barlett*, el cual se define así:

$$V_m = \left[n - 1 - \frac{1}{2} (p + k) \right] \sum_{i=m+1}^{K-1} \ln(1 + \lambda_i), \quad \forall m = 0, 1, 2, \dots, k - 1$$

$$V \sim X^2_{(p-m)(k-m-1)}$$

Se rechaza H_0 si $V_m > X^2_{(p-m)(k-m-1)}$ o si $p - \text{valor} < \text{que un } \alpha$

1.4. Prueba para determinar el aporte de cada variable a la separación de los grupos

Para determinar cuáles son las variables que más aportan a la separación de los grupos tenemos:

$$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \dots = \bar{X}_p$$

H_1 : Algunas de las medias son diferentes

Se puede determinar las variables que son discriminantes, es decir, las que aportan a la separación de los grupos de la siguiente manera:

Cuando tenemos dos grupos se hace con una prueba *F* parcial, la cual está definida así:

$$F = (q - p + 1) \frac{T_p^2 - T_{p-1}^2}{q + T_{p-1}^2},$$

$$F \sim F_{1, q-p+1}$$

$$\text{donde } q = n_1 + n_2 - 2$$

T_p^2 es el estadístico de Hotelling en la diferencia de medias

T_{p-1}^2 es el estadístico de Hotelling en la diferencia de medias en el cual se excluye la variable que se está analizando

Cuando se tienen más de dos grupos se hace una prueba *Λ parcial*, definida así:

$$\Lambda = \frac{\Lambda_p}{\Lambda_{p-1}}$$

$$\Lambda \sim \Lambda_{1, V_H, V_E - p + 1}$$

donde Λ_p corresponde al Lambda de Wilks en el MANOVA con las $p -$ variables

Λ_{p-1} corresponde al Lambda de Wilks en el MANOVA con las $p - 1$ variables restantes.

V_H : corresponde a los grados de libertad de la hipótesis. $V_H = K - 1$.

V_E : corresponde a los grados de libertad del error. $V_E = N - K$.

p : corresponde al número de variables

Se rechaza H_0 si $\Lambda \leq \Lambda_{1, V_H, V_E - p + 1}$

Para cuando se tienen más de dos grupos, también se puede emplear una prueba F parcial

$$F = \frac{1 - \Lambda}{\Lambda} \frac{V_E - p + 1}{V_H}$$

$$F \sim F_{V_H, V_E - p + 1}$$

2. Clasificación de observaciones en un grupo en particular:

2.1. Clasificación de individuos en dos grupos cuando se estiman los parámetros:

Sea θ : Una población conformada por n observaciones, la cual se desea clasificar en dos grupos G_1, G_2 .

X_1, X_2, \dots, X_p : Las p variables de la población n .

\bar{X}_1 y \bar{X}_2 : Los vectores de medias de los grupos G_1, G_2

S_1 y S_2 : Las matrices de covarianzas muestrales de G_1, G_2

n_1 y n_2 : Las observaciones de los grupos G_1, G_2 respectivamente.

v : La observación que va a ser clasificada

Entonces tenemos que la función discriminante de Fisher que permite asignar un individuo al grupo G_1 o G_2 , está dada por:

$$\hat{Z}(X) = \left(X - \frac{1}{2}(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \right)' S_p^{-1} (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$$

$$\text{donde } S_p = \frac{(n_1 S_1 + n_2 S_2)}{(n_1 + n_2 - 2)}$$

A S_p se le conoce como varianza combinada.

La observación v se clasifica en el grupo G_1 si se cumple que $Z(X) > 0$.

Si $Z(X) \leq 0$, la observación v se clasifica en el grupo G_2 .

2.2. Clasificación de individuos cuando tenemos dos grupos con distribución normal:

Cuando dos grupos G_1, G_2 tienen distribución normal multivariada con medias μ_1 y μ_2 , varianzas Σ_1 y Σ_2 y funciones de densidad f_1 y f_2 respectivamente, tenemos dos situaciones que se pueden presentar, que $\Sigma_1 = \Sigma_2$ o que $\Sigma_1 \neq \Sigma_2$.

1. Cuando tenemos varianzas iguales:

Es decir $\Sigma_1 = \Sigma_2$, como son iguales, entonces generalicemos como Σ ,

Sea una población conformada por dos grupos G_1, G_2 , n individuos y p variables, se debe cumplir que:

$X_1, X_2, \dots, X_p \sim N_p(\mu_1, \Sigma_1)$ Para el grupo G_1 y

$X_1, X_2, \dots, X_p \sim N_p(\mu_2, \Sigma_2)$ Para el grupo G_2 .

Sea v , la observación que se quiere clasificar en uno de los dos grupos

Como estamos diciendo que G_1 y G_2 tienen distribución normal, entonces presentan las siguientes funciones de densidad:

$$f_1(X) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|} \exp\left(-\frac{1}{2} (X - \mu_1)' \Sigma^{-1} (X - \mu_1)\right) \text{ y}$$

$$f_2(X) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|} \exp\left(-\frac{1}{2} (X - \mu_2)' \Sigma^{-1} (X - \mu_2)\right).$$

Sean:

$C(1|2)$: El costo de clasificar una observación erroneamente en G_1 cuando pertenece a G_2

$C(2|1)$: El costo de clasificar una observación erroneamente en G_2 cuando pertenece a G_1

P_1 y P_2 las probabilidades a priori de que una observación pertenezca a G_1 y G_2 respectivamente.

Ahora, partiendo de los costos $C(1|2)$ y $C(2|1)$ y las probabilidades a priori, vamos a multiplicar la razón de costos por la razón de probabilidades de los dos grupos:

$$\left(\frac{C(1|2)}{C(2|1)}\right) \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{C(1|2)P_2}{C(2|1)P_1}$$

Como μ_1, μ_2, Σ_1 y Σ_2 no los conocemos, se emplean las medias muestrales \bar{X}_1 y \bar{X}_2 y la varianza muestral combinada S_p .

Finalmente, para asignar la observación v a G_1 o G_2 se debe cumplir:

Si $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' S_p^{-1} X - \frac{1}{2} (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' S_p^{-1} (\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \geq \ln\left(\frac{C(1|2)P_2}{C(2|1)P_1}\right)$, v se asigna a G_1 , Sino v se asigna a G_2 .

2. Cuando tenemos varianzas diferentes.

Cuando se tienen dos grupos con varianzas diferentes, la función discriminante es la siguiente:

$$Z = -c_0 - \frac{1}{2} X' (s_1^{-1} - s) X + (\bar{X}_1' s_1^{-1} - \bar{X}_2' s_2^{-1}) X$$

donde c_0 es un función cuadrática que se define así:

$$c_0 = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{|s_1|}{|s_2|}\right) + \frac{1}{2} (\bar{X}_1' s_1^{-1} \bar{X}_1 - \bar{X}_2' s_2^{-1} \bar{X}_2) + \ln\left(\frac{C(1|2)p_2}{C(2|1)p_1}\right)$$

s_1 y s_2 son las varianzas de los grupos G_1 y G_2 respectivamente

2.3. Clasificación de individuos en más de dos grupos con varianzas diferentes:

Se deben construir funciones discriminantes cuadráticas, debido a que los grupos presentan varianzas diferentes. Tenemos que la función discriminante está dada por:

$$Z_i(X) = -\frac{1}{2} \ln(|s_i|) - \frac{1}{2} (X - \bar{X}_i)' s_i^{-1} (X - \bar{X}_i) + \ln(p_i) \quad \forall i = 1, 2, \dots, k - \text{grupos}$$

Ahora, para asignar una observación a un grupo i con varianzas diferentes y el mismo costo de mala clasificación se debe cumplir que:

Se asigna el individuo X a la población j , si se cumple que $q_j(X) \geq q_i(X) \quad \forall i \neq j$

Para el cálculo de los puntajes discriminantes tenemos:

$$l_i(X) = \bar{X}_i' s_p^{-1} X - \frac{1}{2} \bar{X}_i' s_p^{-1} \bar{X}_i + \ln(p_i) \quad \forall i = 1, 2, \dots, k - \text{grupo}$$

donde s corresponde a la varianza común, esta varianza se estima así:

$$s_p = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)}$$

En este caso para asignar una observación a un grupo i con varianzas diferentes y el mismo costo de mala clasificación se debe cumplir que:

Se asigna el individuo X a la población j , si se cumple que $l_j(X) \geq l_i(X) \forall i \neq j$.

11.7.1.1. Aplicación del Análisis Discriminante

Para aplicar el análisis discriminante, se seleccionaron las variables explicativas y la variable dependiente. Como variable dependiente, se eligió la variable de clasificación W (Acosador, Víctima, Víctima-Acosador = Ambos y Observador), y de las 49 variables que conformaron la base de datos de esta investigación, se eligieron como variables explicativas aquellas que presentaron asociación con la variable de clasificación W como lo muestra los resultados de las pruebas de independencia del numeral 11.5.2. Las variables seleccionadas (explicativas) fueron: 3, 12, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 30, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 48 y 49.

Como el análisis discriminante funciona únicamente con variables cuantitativas, y como las variables seleccionadas para nuestro caso son todas categóricas ordinales, fue indispensable convertir dichas variables en variables cuantitativas. En esta investigación se pudo lograr esto, debido a que las 20 variables explicativas que se seleccionaron son categóricas ordinales y cuando las variables son de esta naturaleza podemos decir en buena medida que se comportan como variables cuantitativas. La variable dependiente es categórica pura y no importa su orden jerárquico, es decir, es indiferente decir que la categoría acosador es 1, 2, 3 o 4, el número no se comporta como cantidad sino como un código numérico.

Para llevar a la práctica lo anterior, fue necesario cambiar todas las categorías de las 20 variables explicativas; Siempre, Casi Siempre, Algunas veces, Rara vez y Nunca por cantidades; 5, 4, 3, 2 y 1 respectivamente, donde claramente se asignó mayor peso a las categorías Siempre y menor peso a la categoría Nunca. En el caso de la variable dependiente, a cada una de sus categorías se asignó un número (Acosador = 1, Víctima = 2, Víctima-acosador = 3 y Observador = 4).

11.7.1.2. Resultados del Análisis discriminante

El análisis discriminante se realizó con el software estadístico SPSS (versión 21 de 64 bits).

A continuación se presenta los resultados del Análisis Discriminante:

1. Resultados generales:

Tabla 16. Resumen clasificación (DA)

Procesados	593	
Excluidos	Código de grupo perdido o fuera de rango	0
	Perdida al menos una variable discriminante	0
Usados en los resultados	593	

Fuente: El autor

En la tabla anterior vemos que el número de observaciones es 593 el cual equivale al total de individuos de la muestra que venimos trabajando.

Tabla 17. Probabilidades previstas para los grupos (DA)

VAR00050	Previas	Casos utilizados en el análisis	
		No ponderados	Ponderados
Acosador	,091	54	54,000
Víctima	,305	181	181,000
Ambos	,464	275	275,000
Observador	,140	83	83,000
Total	1,000	593	593,000

Fuente: El autor

En la tabla 17 se muestra que cada uno de los grupos presenta probabilidades previas diferentes, esto se debe a que los tamaños de cada uno de los grupos al interior de la muestra son diferentes. Por otro lado, tenemos el número de individuos que tiene la muestra para cada grupo, es decir, 54 acosadores, 181 víctimas, 275 víctimas-acosadores y 83 observadores. Note que por simplicidad en la escritura se sustituye la categoría Víctimas-Acosadores por Ambos.

Tabla 18. Resultados de las medias y desviaciones típicas por grupos (DA)

VAR00050		Media	Desv. típ.	VAR00050		Media	Desv. típ.	VAR00050		Media	Desv. típ.
<u>Acosador</u>	VAR00003	1,4630	,50331	<u>Victima</u>	VAR00003	1,5193	,50101	<u>Ambos</u>	VAR00003	1,3782	,50062
	VAR00012	4,4259	,96352		VAR00012	4,3094	1,02381		VAR00012	4,3345	1,02384
	VAR00017	3,8333	1,11169		VAR00017	3,9945	,90981		VAR00017	3,7600	1,11421
	VAR00018	4,1111	,86147		VAR00018	4,2486	,86863		VAR00018	3,9127	,98512
	VAR00019	3,9259	,98770		VAR00019	4,3260	,80887		VAR00019	3,7527	1,26892
	VAR00020	4,0000	,95166		VAR00020	4,1381	,87416		VAR00020	3,8655	,97790
	VAR00021	3,0556	1,43299		VAR00021	1,4807	,67157		VAR00021	2,8073	1,47087
	VAR00022	2,7593	1,43980		VAR00022	1,1492	,35725		VAR00022	2,0364	1,28102
	VAR00023	4,1111	,88310		VAR00023	2,5912	1,29903		VAR00023	3,3091	1,38122
	VAR00024	3,5741	1,28271		VAR00024	3,3536	1,26792		VAR00024	3,4145	1,38914
	VAR00030	1,7778	1,23879		VAR00030	1,2652	,75008		VAR00030	1,7927	1,20095
	VAR00035	4,4444	,90422		VAR00035	4,3370	,93821		VAR00035	4,0618	1,16511
	VAR00041	1,8889	,83929		VAR00041	2,3370	1,19824		VAR00041	2,8255	1,17085
	VAR00042	1,3889	,52903		VAR00042	2,3370	1,17483		VAR00042	2,6800	1,25250
	VAR00043	1,0741	,26435		VAR00043	1,5414	1,02453		VAR00043	1,7200	1,21343
	VAR00044	1,3519	,48203		VAR00044	1,6961	,97265		VAR00044	2,2036	1,27668
	VAR00045	1,3519	,51970		VAR00045	1,8950	1,17616		VAR00045	2,3455	1,33480
	VAR00047	1,0741	,26435		VAR00047	1,1823	,66242		VAR00047	1,4291	1,01335
	VAR00048	1,1296	,39076		VAR00048	1,2486	,71419		VAR00048	1,6182	1,16974
	VAR00049	2,1481	1,10586		VAR00049	1,3425	,57136		VAR00049	2,4400	1,25530
VAR00050		Media	Desv. típ.								
<u>Observador</u>	VAR00003	1,4699	,54855								
	VAR00012	4,7349	,56492								
	VAR00017	4,1687	,72950								
	VAR00018	4,3735	,67555								
	VAR00019	4,2530	,80915								
	VAR00020	4,3012	,79226								
	VAR00021	2,0241	1,21952								
	VAR00022	1,2410	,43027								
	VAR00023	4,0482	,81005								
	VAR00024	3,8916	,93720								
	VAR00030	1,3133	,92298								
	VAR00035	4,6145	,60145								
	VAR00041	1,8072	,84763								
	VAR00042	1,4578	,66811								
	VAR00043	1,0482	,21548								
	VAR00044	1,1687	,37674								
	VAR00045	1,2651	,44405								
	VAR00047	1,0241	,15428								
	VAR00048	1,0602	,23938								
	VAR00049	1,2771	,45029								

Fuente: El autor

En la tabla 18 se tienen los resultados de las medias y las desviaciones típicas de cada variable explicativa para cada uno de los cuatro grupos.

Tabla 19. Autovalores (DA)**Autovalores**

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	,849 ^a	55,8	55,8	,678
2	,602 ^a	39,6	95,4	,613
3	,069 ^a	4,6	100,0	,255

Fuente: El autor

En la tabla 19 se tiene que la función 1, 2 y 3 explican el 55.8%, 39.6% y 4.6% de la varianza respectivamente. Las correlaciones canónicas miden las desviaciones de las puntuaciones discriminantes entre grupos respecto a las desviaciones totales de todos los grupos. La correlación canónica se calcula con el estadístico *eta cuadrado* η^2 así:

$$\eta = \sqrt{\frac{\lambda_i}{1+\lambda_i}}, \forall i = 1, 2, \dots, \text{ultimo } \lambda. \text{ donde los } \lambda_i \text{ son los autovalores y resultan de:}$$

$$\text{maximizar } \lambda = \frac{a' E a}{a' H a}$$

El coeficiente de correlación puede moverse así: $0 \leq \eta \leq 1$, entre más cerca esté de 1, mayor es el poder de discriminación de la función. Esto se debe a que existe mayor dispersión en la nube de puntos y por consiguiente mayor su fuerza de correlación con los grupos.

El cálculo de los η es el siguiente:

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{0.849}{1 + 0.849}} = 0.678$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{0.602}{1 + 0.602}} = 0.613$$

$$\eta_3 = \sqrt{\frac{0.069}{1 + 0.069}} = 0.255$$

Regresando a la tabla 19, tenemos que para nuestro problema se han encontrado 3 funciones discriminantes, cuyos autovalores (λ_i) son: 0.849, 0.602 y 0.069 para la primera, segunda y tercera función discriminante respectivamente. En cuanto a las correlaciones canónicas se observa una correlación canónica fuerte de las funciones discriminantes 1 y 2 con los cuatro grupos, siendo la función 1 la que mayor fuerza de correlación tiene y como tal, es la función con mayor poder de discriminación.

Tabla 20. Resultados Lambda de Wilks (DA)

Lambda de Wilks				
Contraste de las funciones	Lambda de Wilks	Chi-cuadrado	gl	Sig.
1 a la 3	,316	668,940	60	,000
2 a la 3	,584	312,382	38	,000
3	,935	38,955	18	,003

Fuente: El autor

La tabla 20 presenta el poder de separación de las tres funciones discriminantes.

Con el Chi-cuadrado se hace el contraste de significancia de los Lambda de Wilks. Esto se hace mediante el estadístico *V de Barlett* explicado en la sección 11.7.1. Numeral 1.3.

$$V_m = \left[n - 1 - \frac{1}{2} (p + k) \right] \sum_{i=m+1}^{K-1} \ln(1 + \lambda_i), \quad \forall m = 0, 1, 2, \dots, k - 1$$

$$V \sim X^2_{(p-m)(k-m-1)}$$

La prueba de hipótesis que se formula para cada contraste de las funciones es la siguiente:

H_0 : No existe separación en las correspondientes dimensiones

H_1 : Por lo menos en una de las dimensiones existe separación

Como se tienen cuatro grupos, o sea, $m = K - 1 = 4 - 1 = 3$. Por lo tanto, $\forall m = 0, 1$ y 2 .

$$V_0 = \left[593 - 1 - \frac{1}{2} (20 + 4) \right] [\ln(1 + 0.849) + \ln(1 + 0.602) + \ln(1 + 0.069)] = 688.940.$$

$$V_1 = \left[593 - 1 - \frac{1}{2} (20 + 4) \right] [\ln(1 + 0.602) + \ln(1 + 0.069)] = 312.382.$$

$$V_2 = \left[593 - 1 - \frac{1}{2} (20 + 4) \right] [\ln(1 + 0.069)] = 38.955.$$

Con $\alpha = 0.05$.

Se rechaza H_0 si $V_m > X^2_{(p-m)(k-m-1)}$ o si $p_valor < 0.05$

Para V_0 tenemos $X^2_{(20-0)(4-0-1)} = X^2_{60} = 43.19$, como $668.94 > 43.19$, es decir, su $p_valor = 0.000 < 0.05$ entonces se rechaza H_0 y decimos que las 20 variables explicativas de forma global ejercen un efecto significativo en la separación de los grupos medido a través de las tres funciones discriminantes.

Para V_1 tenemos $X^2_{(20-1)(4-1-1)} = X^2_{38} = 24.88$, como $312.382 > 24.88$, es decir, su $p_valor = 0.000 < 0.05$ y con ello se rechaza H_0 y se concluye que las 20 variables explicativas de forma global ejercen un efecto significativo en la separación de los grupos medido a través de las funciones discriminantes 2 y 3.

Finalmente, para V_2 tenemos $X^2_{(20-2)(4-2-1)} = X^2_{18} = 9.39$, como $38.955 > 9.39$, es decir, su $p_valor = 0.003 < 0.05$ y la conclusión es que las 20 variables explicativas de forma global ejercen un efecto significativo en la separación de los grupos medido a través de la función discriminante 3.

Debido a que las tres funciones discriminantes resultaron estadísticamente significativas y sabiendo por definición que la primera función discriminante tiene mayor poder de discriminación que sus sucesoras, entonces se deja la función 1 como la de mayor poder de separación de los grupos.

Tabla 21. Resultados igualdad de medias de los grupos (DA).

Pruebas de igualdad de las medias de los grupos					
	Lambda de Wilks	F	gl1	gl2	Sig.
VAR00003	,985	2,960	3	589	,032
VAR00012	,979	4,262	3	589	,005
VAR00017	,978	4,340	3	589	,005
VAR00018	,960	8,147	3	589	,000
VAR00019	,941	12,279	3	589	,000
VAR00020	,970	6,167	3	589	,000
VAR00021	,798	49,754	3	589	,000
VAR00022	,785	53,832	3	589	,000
VAR00023	,843	36,703	3	589	,000
VAR00024	,981	3,737	3	589	,011
VAR00030	,944	11,591	3	589	,000
VAR00035	,962	7,854	3	589	,000
VAR00041	,888	24,832	3	589	,000
VAR00042	,836	38,622	3	589	,000
VAR00043	,937	13,178	3	589	,000
VAR00044	,877	27,657	3	589	,000
VAR00045	,883	25,998	3	589	,000
VAR00047	,960	8,275	3	589	,000
VAR00048	,940	12,526	3	589	,000
VAR00049	,769	58,979	3	589	,000

Fuente: El autor

La tabla 21 es un análisis univariante de la varianza (ANOVA) para las 20 variables explicativas.

La formulación de hipótesis por cada variable es la siguiente:

$$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \bar{X}_4$$

H_1 : Al menos dos de las medias de la i – ésima variable son diferentes

Donde \bar{X}_1 , \bar{X}_2 , \bar{X}_3 y \bar{X}_4 , son las medias de la i –ésima variable en los cuatro grupos

con un $\alpha = 0.05$

Para esta prueba se emplea la prueba F de Fisher explicada en la sección 11.4 numeral 1.1.

Se rechaza H_0 si $P - \text{valor} < \alpha$.

Se evidencia que en todas las variables los $P - \text{valor} < 0.05$, por lo tanto se rechaza H_0 en todas las variables y se concluye que los cuatro grupos en medias son diferentes, es decir, las 20 variables explicativas de forma univariada separan los grupos.

Tabla 22. Resultados de las variables que separan los grupos de forma multivariada (DA).

Variable	Λ parciales	Λ_{1,V_H,V_E-p+1} $\Lambda_{1,3,570}$	Se rechaza H0 si $\Lambda \leq \Lambda_{1,V_H,V_E-p+1}$	F-Parcial	P-Valor
3	0,997	0,987	NO	0,601	0.5952
12	0,981	0,987	SI	3,608	0.0133
17	0,997	0,987	NO	0,601	0.6145
18	1,000	0,987	NO	0,000	1
19	0,966	0,987	SI	6,614	0.0002
20	1,000	0,987	NO	0,000	1
21	0,878	0,987	SI	26,456	0.0001
22	0,893	0,987	SI	22,848	0.0001
23	0,827	0,987	SI	39,684	0.0001
24	0,994	0,987	NO	1,203	0.3079
30	1,000	0,987	NO	0,000	1
35	0,994	0,987	NO	1,203	0.3079
41	0,988	0,987	NO	2,405	0.0665
42	0,927	0,987	SI	15,032	0.0001
43	0,984	0,987	SI	3,006	0.0299
44	0,991	0,987	NO	1,804	0.1453
45	0,966	0,987	SI	6,614	0.0002
47	0,997	0,987	NO	0,601	0.6145
48	0,991	0,987	NO	1,804	0.1453
49	0,878	0,987	SI	26,456	0.0001

Fuente: El autor

La tabla anterior permite identificar las variables que más aportan para la separación de los grupos, es decir las variables discriminantes. Para poder identificar dichas variables se debe plantear la siguiente prueba de hipótesis.

La formulación de la hipótesis por cada variable es la siguiente:

$$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \bar{X}_4$$

H_1 : Al menos dos de las medias de la i – ésima variable son diferentes

Donde \bar{X}_1 , \bar{X}_2 , \bar{X}_3 y \bar{X}_4 , son las medias de la i –ésima variable para el primero, segundo, tercero y cuarto grupo respectivamente

con un $\alpha = 0.05$

El estadístico de prueba es el Λ parcial para cada variable. El Λ parciales se planteó en la sección 11.7.1 numeral 1.4.

El Λ parcial es el siguiente:

$$\Lambda = \frac{\Lambda_p}{\Lambda_{p-1}}$$

$$\Lambda \sim \Lambda_{1,V_H,V_{E-p+1}}$$

Se rechaza H_0 si $\Lambda \leq \Lambda_{1,V_H,V_{E-p+1}}$ o si $p - \text{valor} < 0.05$.

El Λ_p corresponde a Lambda de Wilks en el MANOVA con las 20 variables y Λ_{p-1} se calcula haciendo el MANOVA con las 20 variables pero se excluye la variable que se está analizando. Se observa que los resultados de los Λ parcial son: 0.997, 0.981,..., 0.991 y 0.878 para las variables 3, 12,... y 49 respectivamente.

Para todas las variables $\Lambda_{1,V_H,V_{E-p+1}} = \Lambda_{1,3,570} = 0.987$.

Se rechaza H_0 en los $p - \text{valor} < 0.05$, los cuales corresponden a las variables 12, 19, 21, 22, 23, 42, 43, 45 y 49, por lo tanto se concluye que dichas variables de forma multivariada son las que más aportan para separar los grupos.

Tabla 23. Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas (DA)

Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas			
	Función		
	1	2	3
VAR00003	-,010	,029	-,254
VAR00012	,096	-,156	,359
VAR00017	-,115	,031	,096
VAR00018	-,041	-,086	,018
VAR00019	-,316	,059	-,124
VAR00020	-,065	-,034	,092
VAR00021	,536	,069	,209
VAR00022	,390	-,226	-,746
VAR00023	,159	-,672	,442
VAR00024	,034	-,121	,242
VAR00030	,065	-,022	,061
VAR00035	-,045	-,108	-,268
VAR00041	,096	,164	,220
VAR00042	-,039	,515	,092
VAR00043	-,232	,037	-,079
VAR00044	,102	,176	,022
VAR00045	-,044	,338	,032
VAR00047	-,093	-,080	-,013
VAR00048	,028	,160	,203
VAR00049	,562	,080	,026

Fuente: El autor

La función discriminante de Fisher quedó definida en la sección 11.7.1, así:

$$Z_i = a_1X_{1i} + a_2X_{2i} + \dots + a_pX_{pi} \quad \text{para } \forall i = 1, 2, \dots, n$$

La tabla 23 muestra los coeficientes de las tres funciones discriminantes canónicas estandarizadas. Las tres funciones discriminantes resultantes son:

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= -0.10 * VAR0003 + 0.096 * VAR00012 + \dots + 0.28 * VAR00048 + 0.562 * VAR00049 \\
 Z_2 &= 0.29 * VAR0003 - 0.156 * VAR00012 + \dots - 0.160 * VAR00048 + 0.080 * VAR00049 \\
 Z_3 &= -0.254 * VAR0003 + 0.359 * VAR00012 + \dots + 0.203 * VAR00048 + 0.026 * VAR00049
 \end{aligned}$$

Z_1 , es la función discriminante con mayor poder de separación de los grupos.

Con los coeficientes estandarizados de las funciones canónicas se resuelven los problemas de escala debido a que estos tienen media “0” y desviación típica “1”.

Gracias a estos coeficientes se puede llegar a determinar la importancia relativa que tiene cada variable en el cálculo de las tres funciones discriminantes.

Tabla 24. Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes no estandarizados (DA)

Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes			
	Función		
	1	2	3
VAR00003	-,019	,057	-,501
VAR00012	,099	-,161	,372
VAR00017	-,114	,031	,095
VAR00018	-,046	-,095	,020
VAR00019	-,298	,055	-,117
VAR00020	-,071	-,037	,100
VAR00021	,433	,056	,169
VAR00022	,387	-,225	-,741
VAR00023	,127	-,537	,353
VAR00024	,026	-,094	,188
VAR00030	,062	-,021	,058
VAR00035	-,044	-,106	-,265
VAR00041	,086	,147	,198
VAR00042	-,035	,463	,082
VAR00043	-,230	,036	-,079
VAR00044	,098	,169	,022
VAR00045	-,039	,296	,028
VAR00047	-,118	-,102	-,017
VAR00048	,031	,177	,225
VAR00049	,571	,081	,027
(Constante)	-1,248	1,010	-2,167

Fuente: El autor

La tabla 24 muestra las tres funciones discriminantes sin estandarizar, las cuales incluyen la constante.

La función discriminante no estandarizada (1) es la siguiente:

$$Z_1 = -0.19 * VAR0003 + 0.099 * VAR00012 + \dots + 0.031 * VAR00048 + 0.571 * VAR00049 - 1.248$$

Estos coeficientes no estandarizados son proporcionales a los coeficientes de la función discriminante lineal de Fisher $Z_1 - C = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_pX_p - C$, definida en la sección 11.7.1. Para este caso $C = -1.248$.

Al aplicar la función Z_1 en cada uno de los 593 individuos se obtienen las puntuaciones discriminantes, las cuales no son más que las proyecciones de los valores de las variables en el eje discriminante.

Tabla 25. Funciones en los centroides de los grupos (DA)

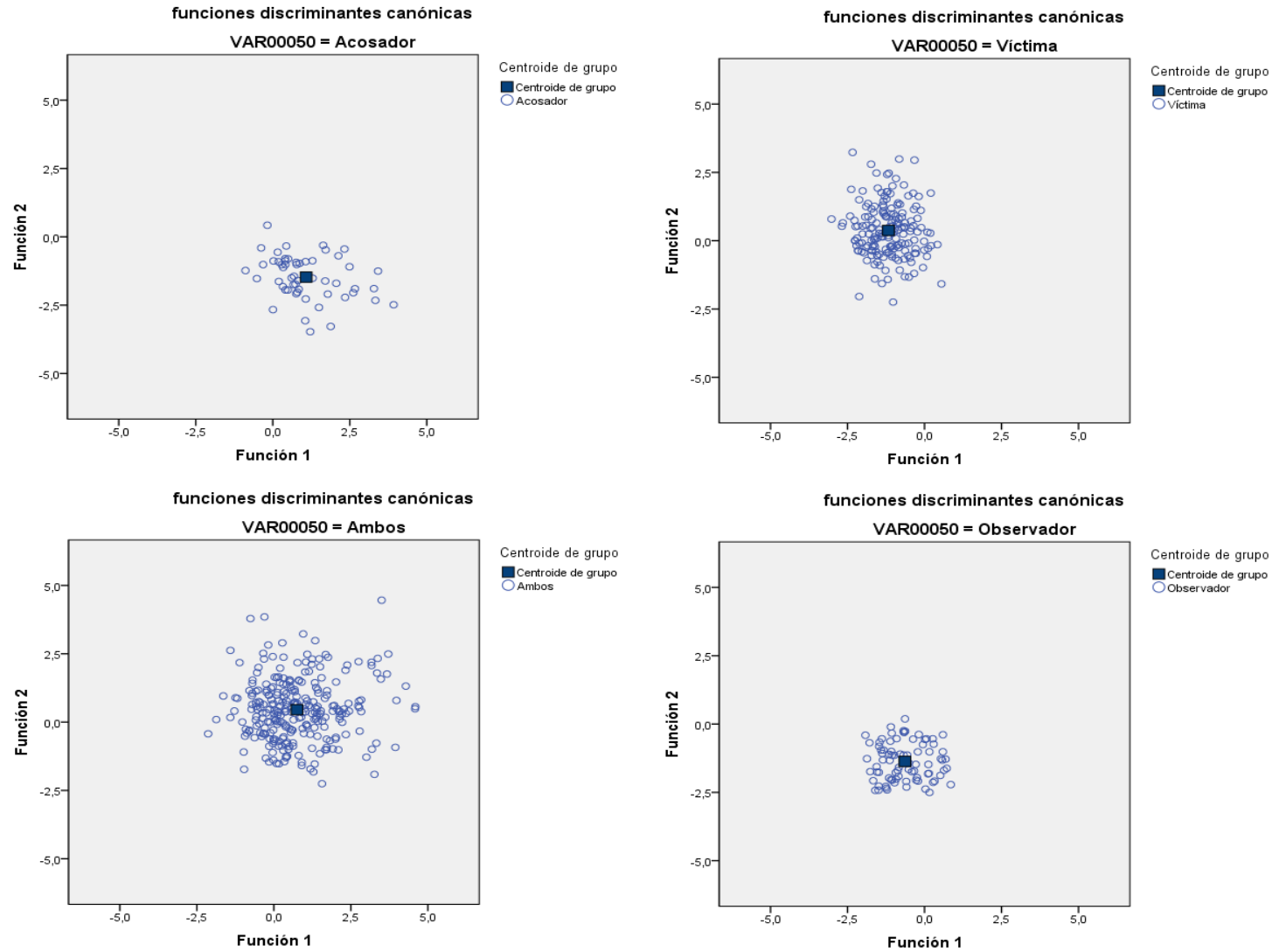
Funciones en los centroides de los grupos			
VAR00050	Función		
	1	2	3
Acosador	1,083	-1,474	-,585
Víctima	-1,171	,377	-,169
Ambos	,751	,454	,100
Observador	-,637	-1,367	,419

Fuente: El autor

La tabla 25 muestra las puntuaciones de los centroides de los cuatro grupos con respecto a las tres funciones discriminantes. En la función 1 se tiene que el centroide para el grupo de los acosadores es 1.083, para las víctimas es -1.171, para las víctimas-acosadores (Ambos) es 0.751 y para los observadores el centroide es -0.637. Al observar los centroides de los cuatro grupos en las tres funciones, nos damos cuenta de forma descriptiva del poder de discriminación de las tres funciones discriminantes.

Para ilustrar de forma gráfica la tabla 25 se presenta a continuación una imagen que corresponde con cada uno de los cuatro grupos:

Gráfica 9. Gráficos por grupos (DA)



Fuente: El autor

La imagen 9 recoge cuatro gráficos correspondientes a cada uno de los grupos. En cada gráfico se visualizan unos cuadritos en color azul correspondientes a los centroides de cada grupo, así como las puntuaciones de los individuos próximos a dichos centroides, es decir, muestra la cercanía de los individuos a dicho grupo.

Tabla 26. Resultados de la clasificación (DA)

Resultados de la clasificación ^{a,c}							
VAR00050			Grupo de pertenencia pronosticado				Total
			Acosador	Víctima	Ambos	Observador	
Original	Recuento	Acosador	26	0	21	7	54
		Víctima	0	145	22	14	181
		Ambos	12	37	217	9	275
		Observador	1	18	12	52	83
	%	Acosador	48,1	,0	38,9	13,0	100,0
		Víctima	,0	80,1	12,2	7,7	100,0
		Ambos	4,4	13,5	78,9	3,3	100,0
		Observador	1,2	21,7	14,5	62,7	100,0
Validación cruzada ^b	Recuento	Acosador	23	0	24	7	54
		Víctima	0	139	27	15	181
		Ambos	14	43	209	9	275
		Observador	3	21	15	44	83
	%	Acosador	42,6	,0	44,4	13,0	100,0
		Víctima	,0	76,8	14,9	8,3	100,0
		Ambos	5,1	15,6	76,0	3,3	100,0
		Observador	3,6	25,3	18,1	53,0	100,0

a. Clasificados correctamente el 74,2% de los casos agrupados originales.

b. La validación cruzada sólo se aplica a los casos del análisis. En la validación cruzada, cada caso se clasifica mediante las funciones derivadas a partir del resto de los casos.

c. Clasificados correctamente el 70,0% de los casos agrupados validados mediante validación cruzada.

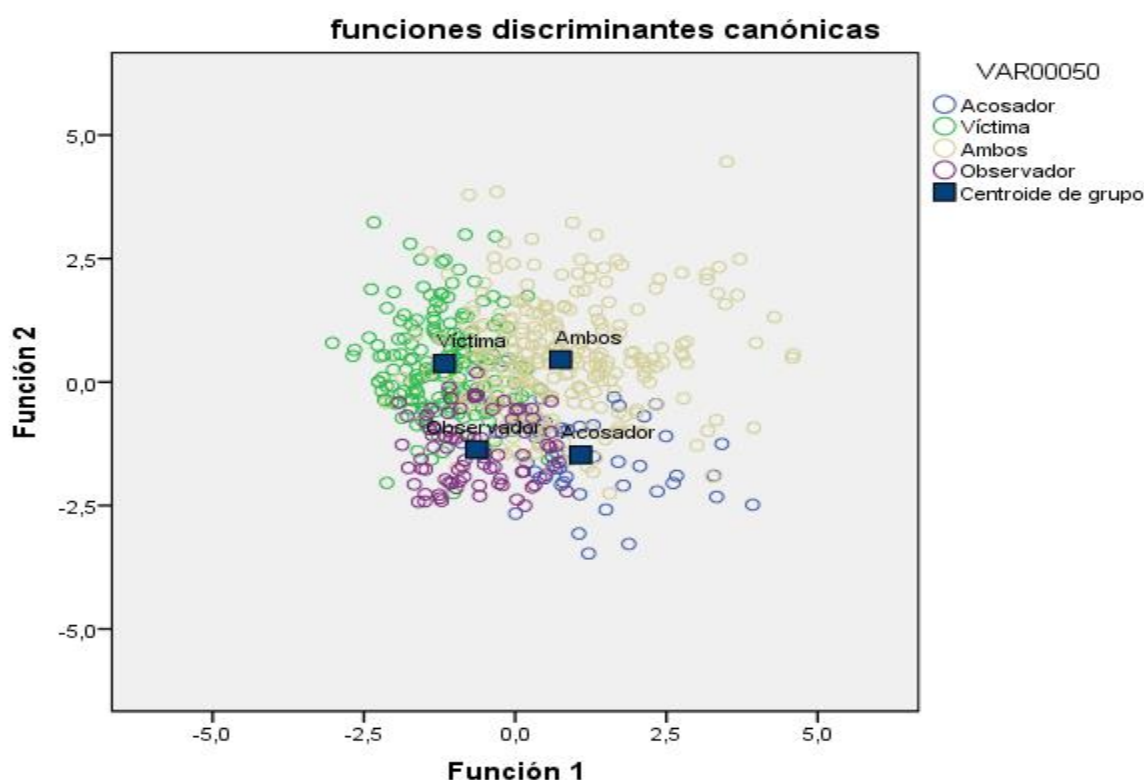
Fuente: El autor

En la tabla 26 se observa que de los 593 individuos fueron clasificados a juicio de experto: 54 Acosadores, 181 Víctimas, 275 Víctimas-Acosadores (Ambos) y 83 Observadores. Al realizar la clasificación mediante análisis discriminante tenemos:

- En el grupo de Acosadores fueron clasificados correctamente 26 individuos y mal clasificados 28 (21 en Ambos y 7 en Observadores). Las correctas clasificaciones corresponden al 48.1% y las malas al 51.9%.
- Del grupo de Víctimas fueron clasificados correctamente 145 individuos y mal clasificados 36 (22 en Ambos y 14 en Observadores). Las clasificaciones correctas fueron 80.1% y las malas el 19.9%.
- En el grupo de Víctimas-Acosadores (Ambos) se clasificaron correctamente 217 individuos y quedaron mal clasificados 58 (12 Acosadores, 37 Víctimas y 9 Observadores). La correctas clasificaciones fueron 78.9% y las malas el 21.1%.

- Del grupo de Observadores fueron clasificados correctamente 52 individuos y mal clasificados 31 (1 Acosador, 18 Víctimas y 12 Víctimas-Acosadores). El porcentaje de clasificaciones correctas fue del 62.7% y las incorrectas 37.3%
- En general, de 593 individuos clasificados a juicio de experto, se clasificaron de forma correcta 440 mediante análisis discriminante, para un 74.2% de individuos correctamente clasificados.
- La validación cruzada sirve para determinar la capacidad predictiva de la función discriminante. Se evidencia una correcta clasificación del 70% de los individuos de la muestra, los cuales corresponden al 42.6% de los Acosadores, 76.8% de las Víctimas, 76% Víctimas-Acosadores y 53% de los observadores.
- En conclusión, el análisis discriminante es una técnica que realiza optimas clasificaciones de estudiantes de las instituciones educativas del departamento de Risaralda (Colombia) de acuerdo con su rol de participación en el fenómeno del bullying, con un porcentaje de acierto del 74.2%. Esta afirmación es correcta, ya que dicho porcentaje de aciertos supera el umbral planteado en la sección 6. numeral 6.9.

Gráfica 10. Gráfico de los grupos combinados (DA)



Fuente: El autor

En el gráfico 10 se observan las puntuaciones discriminantes de los cuatro grupos por separado, cada uno con su respectivo centroide. En el gráfico se ve como cada grupo se encuentra claramente diferenciado de los demás.

Tabla 27. Coeficientes de la función de clasificación (DA)

	VAR00050			
	Acosador	Víctima	Ambos	Observador
VAR00003	7,549	7,489	7,323	7,085
VAR00012	4,126	3,760	4,037	4,312
VAR00017	1,596	1,950	1,759	1,891
VAR00018	3,546	3,482	3,392	3,636
VAR00019	-,240	,484	-,115	,160
VAR00020	3,601	3,734	3,622	3,819
VAR00021	,808	,007	,888	,240
VAR00022	2,080	,483	1,011	,646
VAR00023	1,949	,816	1,113	2,029
VAR00024	,732	,577	,671	,865
VAR00030	1,742	1,588	1,721	1,692
VAR00035	2,914	2,707	2,543	2,713
VAR00041	2,114	2,275	2,504	2,180
VAR00042	-,412	,558	,549	-,220
VAR00043	,290	,843	,383	,610
VAR00044	,148	,248	,456	,019
VAR00045	-,433	,214	,170	-,307
VAR00047	,031	,103	-,137	,207
VAR00048	,498	,849	,983	,689
VAR00049	2,359	1,233	2,343	1,412
(Constante)	-56,078	-50,017	-52,118	-54,951

Fuente: El autor

La tabla 27 muestra los valores de los coeficientes de cada función de clasificación, una función corresponde a los Acosadores, la otra al grupo de Víctimas, etc.

La función de clasificación explicada en la sección 11.7.1. Numeral 2.3, es la siguiente:

$$l_i(X) = \bar{X}_i' s_p^{-1} X - \frac{1}{2} \bar{X}_i' s_p^{-1} \bar{X}_i + \ln(p_i) \quad \forall i = 1, 2, \dots, k - \text{grupo}$$

donde s corresponde a la varianza común. $s_p = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)}$

Ahora, la cantidad de funciones de clasificación es igual al número de grupos, por lo tanto tenemos cuatro funciones de clasificación, una por cada grupo. Las cuatro funciones son:

$$l_1 = 7.549 * Var00003 + 4.126 * Var00012 + \dots + 2.359 * Var00049 - 56.078$$

$$l_2 = 7.489 * Var00003 + 3.760 * Var00012 + \dots + 1.233 * Var00049 - 50.017$$

$$l_3 = 7.323 * Var00003 + 4.037 * Var00012 + \dots + 2.343 * Var00049 - 52.118$$

$$l_4 = 7.085 * Var00003 + 4.312 * Var00012 + \dots + 1.412 * Var00049 - 54.951$$

La función de clasificación l_1 es la de los acosadores, l_2 corresponde a las víctimas, l_3 a las Víctimas-Acosadores y l_4 a los Observadores. Se calcula la puntuación de cada individuo en cada una de las cuatro funciones y se clasifica al individuo evaluado en el grupo cuya puntuación sea la mayor.

Obviamente en estas funciones de clasificación se tuvieron en cuenta las 20 variables. Se puede plantear las funciones de clasificación para el caso de las 9 variables que realmente separan los grupos, para ello los valores de los coeficientes que acompañan a las 9 variables se describen en la siguiente tabla:

Tabla 28. Coeficientes de la función de clasificación con menos variables (DA).

	VAR00050			
	Acosador	Víctima	Ambos	Observador
VAR00012	4,762	4,307	4,515	4,921
VAR00019	2,669	3,415	2,716	3,134
VAR00021	1,418	,612	1,468	,866
VAR00022	1,883	,294	,898	,470
VAR00023	2,398	1,289	1,584	2,499
VAR00042	,001	,986	1,081	,163
VAR00043	,502	1,147	,785	,910
VAR00045	-,142	,560	,560	,006
VAR00049	1,815	,783	1,933	,917
(Constante)	-29,993	-23,239	-26,383	-27,693

Fuente: El autor

El porcentaje de individuos correctamente clasificados empleando las variables de la tabla anterior es del 72.5%. Las cuatro funciones de clasificación son:

$$l_1 = 4.762 * Var00012 + 2.669 * Var00019 + \dots + 1.815 * Var00049 - 29.993$$

$$l_2 = 4.307 * Var00012 + 3.415 * Var00019 + \dots + 0.783 * Var00049 - 23.239$$

$$l_3 = 4.515 * Var00012 + 2.716 * Var00019 + \dots + 1.933 * Var00049 - 26.383$$

$$l_4 = 4.921 * Var00012 + 3.134 * Var00019 + \dots + 0.917 * Var00049 - 27.693$$

11.7.2. Regresión logística (LR)

Este modelo busca resolver el problema de clasificación estimando la probabilidad de que un individuo pertenezca a una categoría en particular dado un conjunto de variables explicativas. Existen dos tipos de regresión logística: uno dicotómico, es decir, cuando se tienen dos categorías en la variable dependiente y el otro es el multinomial. Este último se debe a que la variable dependiente tiene más de dos categorías.

Se tiene que la variable respuesta (variable dependiente) de un modelo de regresión logística multinomial es una variable aleatoria con distribución multinomial, la cual se puede considerar

como el número de éxitos en cada una de las g categorías que se presentan en n ensayos independientes y su función de distribución está dada por:

$$P(Y_1 = n_1, \dots, Y_g = n_g; n, p_1, p_2, \dots, p_g) = P \binom{n}{n_1 n_2 \dots n_g} P_1^{n_1} P_2^{n_2} \dots P_g^{n_g}$$

donde $\sum_{j=1}^g n_j = n$ y $\sum_{j=1}^g p_j = 1$.

La regresión logística multinomial estima las probabilidades P_j de la distribución para cada individuo i , teniendo presente un conjunto de variables explicativas.

Para estimar los parámetros del modelo logístico multinomial, se recurre a la función canónica de enlace de la distribución multinomial a la familia exponencial. Esta función es conocida como transformación logit:

$$1 E Y_i \stackrel{\text{def}}{=} \log \left(\frac{P_{ij}}{P_{ig}} \right) \quad (1)$$

donde P_{ij} es la probabilidad de que el individuo i pertenezca a la categoría j , P_{ig} es la probabilidad de que el mismo individuo i pertenezca a la categoría de referencia g .

Como (1) toma valores continuos entre $-\infty$ y $+\infty$, entonces $1 E Y_i$ depende linealmente de los regresores:

$$1 E Y_i = \log \left(\frac{P_{ij}}{P_{ig}} \right) = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip} \quad (2)$$

Aplicando exponencial en ambos miembros de (2) tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{P_{ij}}{P_{ig}} &= e^{\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip}}, \text{ despejando } P_{ij} \text{ tenemos:} \\ P_{ij} &= P_{ig} e^{\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip}} \end{aligned} \quad (3)$$

En general se llega a la probabilidad de que el individuo i pertenezca a la categoría g , la cual es la categoría de referencia mediante:

$$P_{ig} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{g-1} e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}} \quad (4)$$

Finalmente reemplazando (4) en (3) tenemos:

$$P_{ij} = \frac{e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}}{1 + \sum_{j=1}^{g-1} e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}} \quad (5)$$

$$\forall i = 1, \dots, n \quad y \quad j = 1, \dots, g - 1$$

Con esto se definen las expresiones para el cálculo de las probabilidades:

$$p_{ij} = P[Y_i = j \mid X_1, X_2, \dots, X_p] ; \forall j = 1, 2, \dots, g - 1$$

La definición anterior entrega la probabilidad de que el individuo i pertenezca a la categoría j , dado un conjunto de variables.

Empleando el método de estimación por máxima verosimilitud se estiman los parámetros β_{ij} de la regresión lineal. La función de verosimilitud está dada por:

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^{g-1} y_{ij} \ln e^{X'_i \beta_j} - \sum_{j=1}^g y_{ij} \ln \left(1 + \sum_{j=1}^{g-1} e^{X'_i \beta_j} \right) \right] \quad (6)$$

11.7.2.1. Contraste de significación del modelo:

Para realizar los contrastes de significancia de los modelos se plantea la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \text{No se cumple } H_0$$

Se rechaza H_0 si $p\text{-valor} < 0.05$

El estadístico empleado para la prueba de hipótesis es la razón de verosimilitud (RV). El estadístico es el siguiente:

$$RV_0 = -2[\ln L_0 - \ln L] \quad (7)$$

$$RV_0 \sim X_{k-1}^2, \quad \text{donde}$$

$\ln L$: Es el logaritmo de la función de verosimilitud definida en (6).

$\ln L_0$: Es el logaritmo de la función de verosimilitud que se ha obtenido al estimar el modelo solamente con el término independiente.

k : Equivale al número de regresores incluido el término independiente.

11.7.2.2. Bondad del ajuste del modelo:

La prueba de hipótesis que se plantea para evaluar el ajuste del modelo es:

H_0 : Existen diferencias entre los valores observados y los predichos

H_1 : No existen diferencias

Se rechaza H_0 si p-valor > 0.05 .

1. Prueba de Hosmer y Lemeshow:

Esta prueba divide todos los casos en decilas basándose en las probabilidades predichas.

El estadístico de Hosmer y Lemeshow es el siguiente estadísticos.

$$HL = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - N_i \bar{\pi}_i)^2}{N_i \bar{\pi}_i (1 - \bar{\pi}_i)}, \text{ donde}$$

$$HL \sim \chi^2_{n-k}$$

Y_i : Es el número de unos en la decila i-ésima

$\bar{\pi}_i$: Es el promedio de las probabilidades predichas en la decila i-ésima

N_i : Es el número de observaciones en la decila i-ésima.

Para evaluar la bondad del ajuste también se puede emplear el estadístico Desviación y el de Pearson:

2. Estadístico Desviación:

$$D = 2 \sum_{i=1}^n Y_i \ln \left(\frac{Y_i}{N_i \bar{\pi}_i} \right) + 2 \sum_{i=1}^{n-m} (1 - Y_i) \ln \left(\frac{1 - Y_i}{1 - N_i \bar{\pi}_i} \right), \text{ donde}$$

$$D \sim \chi^2_{n-k}$$

m : Es el número de observaciones con $Y_i = 1$

3. Estadístico de Pearson:

Los residuos de Pearson se definen así:

$$r_j = \frac{Y_i - m_i \hat{p}_i}{\sqrt{m_i \hat{p}_i (1 - \hat{p}_i)}}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n. \text{ donde:}$$

Y_i : Corresponde al número de respuestas (categorías)

m_i : Es el número de individuos de la categoría

$$\hat{p}_i = \frac{e^{\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip}}}{1 + e^{\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip}}}$$

El estadístico X^2 de Pearson equivale a la suma de los cuadrados de los residuos de Pearson:

$$X_P^2 = \sum_{i=1}^j r_j^2$$

$$X_P^2 \sim X_{n-k}^2$$

4. Coeficientes Pseudo R^2 :

Otra prueba para evaluar la bondad del ajuste son los coeficientes Pseudo R^2 . Estas pruebas reemplazan el coeficiente de determinación empleado en la regresión lineal, y sirve para evaluar la capacidad explicativa de los modelos. Los Pseudo R^2 son los siguientes

Mac Fadden:

$$PR_{MacFadden}^2 = 1 - \frac{\ln L}{\ln L_0}, \text{ donde } L \text{ y } L_0 \text{ ya están definidas arriba}$$

Cox y Snell:

$$PR_{Cox-Snell}^2 = 1 - e^{-RV_0/N}, \text{ donde } RV_0 \text{ ya están definidos}$$

Nagelkerke:

$$PR_{Nagelkerke}^2 = \frac{PR_{Cox-Snell}^2}{1 - e^{-2/N \ln L_0}}$$

11.7.2.3. Clasificación de individuos

Para clasificar a un individuo en un grupo en particular se estiman el valor de la probabilidad del mismo para cada uno de los grupos y se clasifica en el grupo cuyo valor de probabilidad sea mayor.

La función con la que se calcula los valores de las probabilidades es la siguiente:

$$P_{ij} = \frac{e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}}{1 + \sum_{j=1}^{g-1} e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}}$$

Donde g corresponde al número de grupos, i al individuo que se está evaluando y j al grupo evaluado. Todas las variables tienen como coeficiente un β y cada grupo tiene valores de β diferentes.

Para calcular la probabilidad del grupo de referencia g , se emplea:

$$1 - \sum_{j=1}^{g-1} p_{ij}$$

Donde $\sum_{j=1}^{g-1} p_{ij}$ corresponde a la suma de las probabilidades de los grupos excepto el del grupo de referencia.

11.7.2.4. Aplicación de la regresión logística mediante análisis discriminante

El modelo aplicado fue el de regresión logística multinomial, y es llamado regresión logística mediante análisis discriminante, ya que se parte del análisis discriminante, es decir, los factores que se emplearon fueron las variables que más aportaron a la separación de los grupos según resultados del análisis discriminante. Los factores del modelo fueron las variables: 12, 19, 21, 22, 23, 42, 43, 45 y 49. La variable dependiente sigue siendo la misma del análisis discriminante, o sea, la variable de clasificación W (Acosador, Víctima, Víctima-Acosador = Ambos y Observador)

11.7.2.5. Resultados de la clasificación con el modelo de regresión logística

La regresión logística se realizó con el software estadístico SPSS (versión 21 de 64 bits).

Tabla 29. Resumen procesamiento de los casos del modelo (LR)

Resumen del procesamiento de los casos			
		N	Porcentaje marginal
VAR00050	Acosador	54	9,1%
	Víctima	181	30,5%
	Ambos	275	46,4%
	Observador	83	14,0%
Válidos		593	100,0%
Perdidos		0	
Total		593	

Fuente: El autor

La tabla 29 muestra que a 593 individuos se les aplicó regresión logística, de los cuales 54 corresponden a los acosadores, 181 a las víctimas, 275 a las víctimas-acosadores y 83 a los observadores.

Tabla 30. Contraste de significancia del modelo de regresión logística (LR)

Información del ajuste del modelo				
Modelo	Criterio de ajuste del modelo	Contrastes de la razón de verosimilitud		
	-2 log verosimilitud	Chi-cuadrado	gl	Sig.
Sólo la intersección	1420,916			
Final	343,493	1077,424	108	,000

Fuente: El autor

La tabla 30 informa sobre el ajuste del modelo. La hipótesis que se plantea es:

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \text{No se cumple } H_0$$

Con un $\alpha = 0.05$

El estadístico de prueba es la razón de verosimilitud:

$$RV_0 = -2[\ln L_0 - \ln L]$$

$$RV_0 \sim \chi^2_{k-1}$$

Se observa que $\text{Sig} < 0.05$, con lo cual se rechaza H_0 y se concluye que las variables seleccionadas si aportan a la explicación de la variable dependiente.

Tabla 31. Bondad de ajuste del modelo de regresión logística (LR)

Bondad de ajuste			
	Chi-cuadrado	gl	Sig.
Pearson	882,973	1527	1,000
Desviación	331,317	1527	1,000

Fuente: El autor

En la tabla anterior tenemos las pruebas de Pearson y Deviance. La prueba de hipótesis que se plantea es la siguiente:

$$H_0: \text{Existen diferencias entre los valores observados y los predichos}$$

$$H_1: \text{No existen diferencias}$$

Se rechaza H_0 si $p\text{-valor} > 0.05$.

Se observa que en ambas pruebas $\text{sig} = 1$, por tal motivo se rechaza H_0 y se concluye que no existen diferencias entre los valores predichos del modelo con los observados, es decir, los valores arrojados por el modelo son similares con los observados y decimos que el modelo encontrado tiene buen ajuste.

Tabla 32. Pseudo R^2 del modelo (LR)

Pseudo R-cuadrado	
Cox y Snell	,837
Nagelkerke	,919
McFadden	,750

Fuente: El autor

La tabla 32 muestra los resultados de los Pseudo R^2 , los cuales son: 0.837, 0.919 y 0.750 para la prueba de Cox y Snell, Nagelkerke y McFadden respectivamente. Estos resultados están diciendo que el modelo encontrado presenta muy buena capacidad explicativa y decimos que el modelo encontrado tiene buen ajuste.

Tabla 33. Contraste de la razón de verosimilitud de las variables del modelo (LR)

Contrastes de la razón de verosimilitud				
Efecto	Criterio de ajuste del modelo	Contrastes de la razón de verosimilitud		
	-2 log verosimilitud del modelo reducido	Chi-cuadrado	gl	Sig.
Intersección	343,493 ^a	,000	0	.
VAR00012	364,503	21,010	12	,050
VAR00019	457,659	114,166	12	,000
VAR00021	511,544	168,051	12	,000
VAR00023	566,160	222,667	12	,000
VAR00022	498,764	155,272	12	,000
VAR00042	479,317	135,824	12	,000
VAR00043	363,337	19,844	12	,070
VAR00045	426,809	83,316	12	,000
VAR00049	557,391	213,899	12	,000

Fuente: El autor

En la tabla 33 se observan los resultados del test de razón de verosimilitud de las variables del modelo. Tenemos que $Sig < 0.05$ para las variables 19, 21, 22, 23, 42, 45 y 49 y con ello se concluye que dichas variables si aportan a la explicación de la variable dependiente (Clasificación). Por el contrario, las variables 12 y 43 presentan un $Sig \geq 0.05$ y concluimos que dichas variables no aportan a la explicación del modelo.

Tabla 34. Resumen de clasificación del modelo (LR).

Clasificación					
Observado	Pronosticado				
	Acosador	Víctima	Ambos	Observador	Porcentaje correcto
Acosador	40	0	6	8	74,1%
Víctima	0	162	11	8	89,5%
Ambos	7	19	245	4	89,1%
Observador	2	1	1	79	95,2%
Porcentaje global	8,3%	30,7%	44,4%	16,7%	88,7%

Fuente: El autor

En la tabla 34 se observa que de los 593 individuos fueron clasificados a juicio de experto: 54 Acosadores, 181 Víctimas, 275 Víctimas-Acosadores (Ambos) y 83 Observadores. Al realizar la clasificación mediante regresión logística con las variables 12, 19, 21, 22, 23, 42, 43, 45 y 49, las cuales el análisis discriminante determinó que son las que más aportan a la separación de los grupos tenemos que:

- En el grupo de Acosadores fueron clasificados correctamente 40 individuos y mal clasificados 14 (6 en Ambos y 8 en Observadores). Las clasificaciones corresponden al 74.1% y las malas al 25.9%.
- Del grupo de Víctimas fueron clasificados de forma correcta 162 individuos y quedaron mal clasificados 19 (11 en Ambos y 8 en Observadores). El 89.5% corresponden a las clasificaciones correctas y el 10.5% corresponden a las malas clasificaciones.
- En el grupo de las Víctimas-Acosadores (Ambos) fueron clasificados correctamente 245 individuos y mal clasificados 30 (7 Acosadores, 19 Víctimas y 4 Observadores). Las clasificaciones correctas corresponden al 89.1% y las malas al 10.9%.
- Del grupo de Observadores fueron clasificados de forma correcta 79 individuos y mal clasificados 4 (2 Acosadores, 1 Víctima y 1 Ambos). El 95.2% corresponde a las clasificaciones correctas y el 4.8% corresponde a las malas clasificaciones.
- En general, de 593 individuos clasificados a juicio de experto, se clasificaron correctamente 526 con regresión logística mediante análisis discriminante, es decir, que un 88.7% de los individuos quedaron correctamente clasificados. Este porcentaje de aciertos es bastante bueno, ya que está muy por encima del umbral planteado en la sección 6. numeral 6.9.

Tabla 35. Valores de las categorías de cada variable para cada grupo (LR)

	B				B				B		
Variable	Acosador	Víctima	Ambo	Variable	Acosador	Víctima	Ambo	Variable	Acosador	Víctima	Ambo
Intersección	37,348	38,073	83,203								
[VAR00012=1,00]	6,126	20,921	19,393	[VAR00023=1,00]	20,712	23,740	24,352	[VAR00043=1,00]	-17,000	-26,353	-24,028
[VAR00012=2,00]	20,523	20,063	20,211	[VAR00023=2,00]	3,163	23,715	23,351	[VAR00043=2,00]	-18,567	-26,394	-23,431
[VAR00012=3,00]	2,329	,660	,801	[VAR00023=3,00]	1,508	,847	-,246	[VAR00043=3,00]	-15,182	-6,538	-4,861
[VAR00012=4,00]	-,298	1,330	,755	[VAR00023=4,00]	1,386	-,827	-,073	[VAR00043=4,00]	-5,143	2,632	4,198
[VAR00012=5,00]	0*	0*	0*	[VAR00023=5,00]	0*	0*	0*	[VAR00043=5,00]	0*	0*	0*
[VAR00019=1,00]	12,746	22,813	28,739	[VAR00022=1,00]	-25,332	-,875	-22,307	[VAR00045=1,00]	-8,644	-29,619	-29,954
[VAR00019=2,00]	22,552	16,428	22,514	[VAR00022=2,00]	-25,309	-1,141	-22,155	[VAR00045=2,00]	-7,300	-28,793	-28,368
[VAR00019=3,00]	,042	-1,815	-,277	[VAR00022=3,00]	-2,656	-3,066	-2,307	[VAR00045=3,00]	6,164	-8,705	-3,867
[VAR00019=4,00]	-,386	-1,859	-1,755	[VAR00022=4,00]	-1,399	-,295	-,073	[VAR00045=4,00]	-7,411	-7,727	-8,850
[VAR00019=5,00]	0*	0*	0*	[VAR00022=5,00]	0*	0*	0*	[VAR00045=5,00]	0*	0*	0*
[VAR00021=1,00]	-4,150	18,032	-3,880	[VAR00042=1,00]	26,732	3,503	7,354	[VAR00049=1,00]	-15,663	-11,361	-17,223
[VAR00021=2,00]	-4,284	19,349	-1,918	[VAR00042=2,00]	26,679	10,094	8,721	[VAR00049=2,00]	-14,516	-10,057	-15,289
[VAR00021=3,00]	-,829	18,379	-,356	[VAR00042=3,00]	26,393	15,851	14,838	[VAR00049=3,00]	7,328	-11,343	6,148
[VAR00021=4,00]	,487	18,238	2,131	[VAR00042=4,00]	26,927	31,405	29,130	[VAR00049=4,00]	9,505	7,755	7,393
[VAR00021=5,00]	0*	0*	0*	[VAR00042=5,00]	0*	0*	0*	[VAR00049=5,00]	0*	0*	0*

Fuente: El autor

En la tabla 35 tenemos por cada uno de los grupos los valores B de cada una de las categorías de las variables analizadas, así como el valor de la intersección de cada uno de los grupos. No se tienen los valores del grupo Observador debido a que este es el grupo de referencia.

A cada individuo se le estima el valor de probabilidad con la siguiente función:

$$P_{ij} = \frac{e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}}{1 + \sum_{j=1}^{g-1} e^{-(\beta_{0j} + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, 3$$

$$P_{i1} = \text{Acosadores}, P_{i2} = \text{Víctimas} \text{ y } P_{i3} = \text{Ambos}$$

Para calcular la probabilidad de que un individuo en particular pertenezca al grupo de los acosadores se tiene:

$$\hat{p}_{i \text{ Acosador}} = \frac{e^{-(37.348 + \beta_{1 \text{ Acosador}}X_{i1} + \dots + \beta_{p \text{ Acosador}}X_{ip})}}{1 + \sum_{j=1}^{g-1} e^{-(37.348 + \beta_{1j}X_{i1} + \dots + \beta_{pj}X_{ip})}}, \text{ donde } \beta_{1j}X_{i1}, \beta_{2j}X_{i2}, \dots, \beta_{pj}X_{ip} \text{ equivalen}$$

a los valores B correspondientes con las categorías de las variable 12, 19,..., 45 y 49 del individuo evaluado.

De manera similar se hacen los cálculos del mismo individuo para el resto de los grupos.

Para calcular la probabilidad de pertenencia de los individuos al grupo de referencia (Observador), se estima así:

$$1 - \sum_{j=1}^{g-1} p_{ij}$$

Donde $\sum_{j=1}^{g-1} p_{ij}$ corresponde a la suma de las probabilidades de los grupos excepto el de observadores.

Finalmente, el individuo se clasifica en el grupo cuyo valor de probabilidad sea mayor.

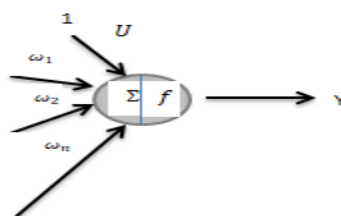
11.7.3. Redes neuronales artificiales (ANN)

Las redes neuronales artificiales (ANN) son sistemas propios de la inteligencia artificial, cuyo funcionamiento y estructura se basa en las redes neuronales biológicas. Una red neuronal artificial está compuesta por neuronas conectadas entre sí, cuyo objetivo es aprender de situaciones reales y a partir de dicho aprendizaje realizar nuevas predicciones que no requieren de la intervención humana.

Las redes neuronales requieren de una fase de entrenamiento y otra de validación. Para ello toma una buena parte de la base de datos para entrenamiento y una parte mucho menor de la misma para validación.

1. Entrenamiento: La red aprende de los datos y de sus resultados reales. Para esto se selecciona un porcentaje importante de registros de la base de datos, con el fin de obtener un buen modelo.
2. Prueba: En la fase de entrenamiento también se realiza un seguimiento de los errores durante el proceso de entrenamiento conocido como prueba. El proceso de prueba busca evitar un exceso de entrenamiento de la red y con ello lograr la eficiencia de la misma. El tamaño de la muestra de prueba es muy inferior a la de entrenamiento
3. Validación (Reserva): Es la fase de evaluación de la red neuronal. La muestra de validación es un conjunto de registros de la base de datos mucho menor en tamaño que la muestra de entrenamiento. Realmente acá es donde se estima la capacidad de predicción de la red neuronal.

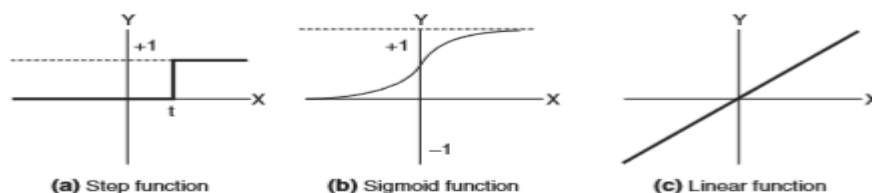
En el siguiente gráfico se presenta la estructura esencial de una neurona artificial:

Gráfica 11. Gráfico de una neurona artificial

Fuente: El autor

Del gráfico 11 tenemos: $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ es el vector de pesos de entrada de la neurona, f es la función de activación de la neurona, Σ es el valor que resulta de la sumatoria de los productos $\omega_i x_i$, U es el umbral de la neurona y Y es el valor de salida de la neurona.

Como podemos notar cada neurona recibe unos valores de entrada, luego se aplica a dichos valores de entrada una función conocida como función de activación y con ello se produce un valor de salida

Gráfica 12. Funciones de activación

Fuente: Artificial Intelligence Illuminated. Ben Coppin, página 294.

En el gráfico anterior se observa el comportamiento de tres funciones de activación. Los valores de X , corresponde a las entradas y los valores Y , son las salidas de la neurona. En general una neurona se comporta de la siguiente manera:

$$X = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i$$

donde:

$$\forall i = 1, 2, \dots, n$$

X : Es la suma de pesos de las n entradas de la neurona (x_1, x_2, \dots, x_n)

$\omega_i x_i$: está diciendo que cada entrada x_i es multiplicada por su respectivo peso ω_i

El umbral de la neurona sirve para determinar si la neurona produce o no una salida. Si la salida de la neurona es superior al umbral se produce un valor de salida por estar excitada, por el contrario si el valor es inferior o igual al umbral la neurona no produce una salida y queda en estado de reposo. La función de activación de una neurona está definido por:

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{para } X > U \\ 0 & \text{para } X \leq U \end{cases}$$

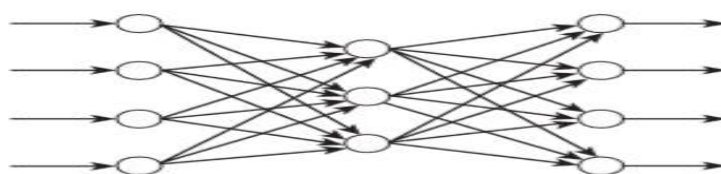
El valor Y corresponde a la salida de una neurona.

11.7.3.1. Perceptrón Multicapa (MLP)

Este consiste en un modelo de red neuronal en el cual las neuronas están distribuidas por capas. Las neuronas de cada capa están conectadas con todas las neuronas de la siguiente capa mediante unos valores conocidos como pesos (ω).

El MLP está conformada por múltiples capas: Una capa de entrada, una o varias capas ocultas y una capa de salida. A continuación se muestra un gráfico que representa una red neuronal MLP:

Gráfica 13. Ilustración del Perceptrón multicapa



Fuente: Artificial Intelligence Illuminated. Ben Coppin, página 301.

En el gráfico anterior tenemos tres capas, la capa de la izquierda es la de entrada, la del centro corresponde a la capa oculta y la de la derecha es la capa de salida.

En la capa de entrada cada neurona recibe un valor el cual proviene de una variable, luego cada neurona de la capa de entrada transmite un valor (peso ω_{ij}) a cada una de las neuronas de la capa oculta, cada una de las neuronas de esta capa oculta producen una salida ω_{ij} las cuales son transmitidas a cada una de las neuronas de la capa de salida. Finalmente, las neuronas de la capa de salida entregan una respuesta final.

Los valores de entrada, los pesos (ω_{ij}) y las salidas de la red son numéricos. El número de neuronas de la capa de entrada equivale al número de variables del problema en estudio, el número de neuronas de la capa de salida es igual al número de posibles respuestas del problema y el número de neuronas de la capa oculta al igual que el número de capas ocultas queda a criterio del diseñador de la red.

En general si queremos referirnos a un peso ω_{ij} , lo definimos así:

$$\omega_{ij}^{(k)} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_k \quad y \quad \forall j = 1, 2, \dots, n_{k+1}, \quad \text{donde:}$$

k : se refiere al número de capa

i : Es la neurona origen

j : Es la neurona destino

El *perceptrón* usa la función $Step(X)$ para retornar un 1 o un 0, es decir, sabemos que el valor de salida de una neurona se define como sigue:

$$X_j = \sum_{i=1}^n \omega_{ij} x_i$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{para } X > U \\ 0 & \text{para } X \leq U \end{cases}, \text{ Por tal, podemos decir que } Step(X_j) = \begin{cases} 1 & \text{para } X > U \\ 0 & \text{para } X \leq U \end{cases}$$

O sea que una forma de escribir la salida de una neurona es la siguiente:

$$Y = Step(\sum_{i=1}^n \omega_{ij} x_i)$$

El gráfico 12 muestra el comportamiento de la función Step.

El *perceptrón multicapa* emplea el algoritmo Backpropagation (retropropagación). Este algoritmo hace los ajustes necesarios a los pesos (ω_{ij}) de forma iterativa, logrando con ello acercar lo suficiente los valores de salida de la red con las salidas reales del problema tratado (error). Este proceso de entrenamiento de la red se mantiene hasta minimizar el error.

Para saber si una neurona produce o no una salida, se debe emplear una función de activación. La función de activación empleada usualmente por el perceptrón multicapa es la sigmoide.

Definición de la función sigmoide:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

El comportamiento de la función sigmoide se muestra en Grafico 12.

La derivada de la función sigmoide es: $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$

En el perceptrón multicapa el método usado para calcular el valor de salida de una neurona j es el siguiente:

$$X_j = \sum_{i=1}^n \omega_{ij} x_i - U_j$$

La función de activación (función sigmoide) se define como:

$$Y_j = \frac{1}{1 + e^{-x_j}} \text{ donde:}$$

n : Es el número de valores de entrada de la neurona j

ω_{ij} : Es el valor del peso que conecta la neurona i con la neurona j

x_i : Es el valor de entrada de la neurona i

U_j : Es el valor del umbral de la neurona

Y_j : Es el valor de salida de la neurona j

Por lo tanto el valor de salida de la neurona j es Y_j .

Una vez que las entradas han sido alimentadas a través de la red para producir salidas, se calcula el valor del error para cada neurona k de la capa de salida.

Primero se calcula el error entre las salidas deseadas y las producidas por la red:

$$e_k = d_k - y_k, \text{ donde:}$$

e_k : Es el actual valor de error de la salida

d_k : Es el valor deseado de salida

y_k : Es el actual valor de salida calculado por la red

Para poder ajustar los pesos (ω_{ij}) se emplea el método *gradient descent*. El descenso del gradiente para la salida de la neurona k se calcula con:

$$\delta_k = \frac{\partial y_k}{\partial x_k} \cdot e_k, \text{ donde:}$$

x_k : Es la suma de los pesos de entrada de la neurona k

$\frac{\partial y_k}{\partial x_k}$: Es la derivada parcial de la función de activación de la neurona k

Como y es la función sigmoide de x , entonces $\delta_k = \frac{\partial y_k}{\partial x_k} \cdot e_k$, la podemos escribir de la siguiente manera:

$$\delta_k = y_k (1 - y_k) e_k$$

Ahora, como debemos aplicar el método *gradient descent* a cada neurona j de la capa oculta, entonces se calcula con la siguiente expresión:

$$\delta_j = y_j (1 - y_j) \sum_{K=1}^n \omega_{jk} \delta_k, \text{ donde:}$$

n: Equivale al número de neuronas de la capa de salida

j: Es el número de salidas de cada neurona de la capa oculta

Finalmente se deben actualizar los pesos ω_{ij} y ω_{jk} de la red neuronal, para ello se emplean las siguientes expresiones:

Actualización de los pesos ω_{ij} de la capa oculta:

$$\omega_{ij} \leftarrow \omega_{ij} - \alpha \cdot x_i \cdot \delta_j$$

Actualización de los pesos ω_{jk} que llegan a la capa de salida:

$$\omega_{jk} \leftarrow \omega_{jk} - \alpha \cdot y_j \cdot \delta_k, \text{ donde:}$$

x_i : Es el valor de entrada de la neurona i

α : Corresponde a la tasa de aprendizaje, la cual debe ser un número positivo, pequeño y por debajo de 1.

Por último, debido a que la función sigmoide solo trabaja con valores entre 0 y 1, esto implica que los valores que ingresan a la capa de entrada y que salen de la capa de salida deben ser obviamente valores entre 0 y 1. Por tal motivo, los valores de las variables deben manejar esta escala. Para lograr esto se aplica la siguiente formula a cada uno de los valores de las distintas variables del problema:

$$\hat{V} = \frac{V - MINC}{MAXC - MINC}, \text{ donde:}$$

V: Es el valor que se quiere cambiar de escala, el cual está asociado a una variable

MINC: Es el valor mínimo de la variable asociada a V

MAXC: Es el valor máximo de la variable asociada a V

11.7.3.2. Aplicación del perceptrón multicapa al problema de clasificación

En la clasificación de los estudiantes de acuerdo con su rol de participación en el fenómeno del bullying mediante el perceptrón multicapa (MLP) se consideraron los siguientes aspectos:

1. Entrenamiento:

1.1. Número de modelos MLP: Se corrieron 12 modelos con diversos criterios. Con esta cantidad de modelos se pudo cubrir un importante abanico de criterios; como son tasas de aprendizaje, función de activación de las capas oculta y de salida, al igual que el número de neuronas de la capa oculta.

- 1.2. Variables: Las variables empleadas fueron las variables que mayor aporte presentaron para la separación de los grupos, según resultados del análisis discriminante. Las variables fueron la: 12, 19, 21, 22, 23, 42, 43, 45 y 49.
- 1.3. Asignación de pesos iniciales: Los valores de los pesos y umbrales iniciales fueron aleatorios entre $[-0.5, 0.5]$. Obviamente cada modelo presentó pesos iniciales diferentes asignados por el software.
- 1.4. Arquitectura de la red: Aquí se define el número de capas, al igual que el número de neuronas que componen cada capa. La capa de entrada la conforman nueve neuronas; una por cada variable, en cuanto a las capas ocultas se dejó una sola capa para todos los modelos. En la capa oculta: 6 modelos estuvieron conformados por 9 neuronas y los otros 6 modelos fueron de 10 neuronas. Esto se hizo con el fin de evaluar el rendimiento de la red de manera equitativa. Finalmente, la capa de salida la conformaron cuatro neuronas debido a que tenemos como salidas cuatro grupos o categorías (Acosador, Víctima, Víctima-Acosador y Observador).

Aclaración: Cuando se asignaban más capas ocultas, el rendimiento de la red disminuía de manera significativa, es decir, las tasas de acierto en la clasificación bajaban, por esta razón se decidió trabajar con una sola capa oculta.

- 1.5. Valor de la tasa de aprendizaje y factor momento: Esta se refiere al tamaño del cambio de los pesos. Las tasas de aprendizaje fueron de: 0.05, 0.4 o 0.5. Las tres tasas se distribuyeron en los 12 modelos. El factor momento sirve para acelerar la convergencia de los pesos, se le da un valor de 1, el cual es muy común.

Aclaración: Cuando se aplicaron tasas de aprendizaje diferentes a las enunciadas, las tasas de acierto de clasificación de la red neuronal disminuían significativamente.

- 1.6. Función de activación de las neuronas: En las neuronas de la capa oculta y de salida fueron empleadas las funciones identidad y sigmoide respectivamente y viceversa. El orden de las mismas se distribuyó en los 12 modelos.

Aclaración: Fueron elegidas otras funciones de activación, pero nuevamente el rendimiento de la red disminuyó en cada modelo.

- 1.7. Tamaño de muestra para entrenamiento y para prueba: Con los 593 registros (Acosadores 9.1%, Víctimas 30.5%, Víctima-Acosador 46.4% y Observadores 14%) fueron empleados diversos tamaños de muestra de entrenamiento y prueba para cada uno de los modelos, buscando con ello encontrar un buen modelo de clasificación.

2. Validación del modelo:

2.1. Tamaño de muestra para validación del modelo: Igual que para entrenamiento y prueba, para los 12 modelos propuestos se emplearon diversos tamaños de muestra para validación. El objetivo de esto fue comparar las salidas de la red neuronal con la clasificación manual y de esta manera se evaluó porcentualmente el rendimiento de la red.

3. Software empleado: SPSS (versión 21 de 64 bits)

11.7.3.3. Resultados de la clasificación mediante el perceptrón multicapa

En la sección 11.7.3.3.1 se presenta la tabla 41 con los resultados de los 12 modelos aplicados al problema de clasificación.

A continuación se presentan las salidas del software SPSS del modelo 1, el cual fue el que mayor rendimiento presentó de los 12 modelos.

Tabla 36. Resumen procesamiento de casos (MPL)

		N	Porcentaje
Muestra	Entrenamiento	496	83,6%
	Prueba	14	2,4%
	Reserva	83	14,0%
Válidos		593	100,0%
Excluidos		0	
Total		593	

Fuente: El autor

En la tabla anterior tenemos que para entrenamiento se seleccionaron 496 registros, correspondientes al 83.6% de la base de datos. Para prueba se dejaron 14 registros, es decir, 2.4% de la base de datos y finalmente para reserva (Validación) se seleccionaron 83 registros, o sea un 14%.

Tabla 37. Información sobre la red (MLP)

Capa de entrada	Factores	1	VAR00012
		2	VAR00019
		3	VAR00021
		4	VAR00022
		5	VAR00023
		6	VAR00042
		7	VAR00043
		8	VAR00045
		9	VAR00049
Capas ocultas	Número de unidades ^a		45
	Número de capas ocultas		1
	Número de unidades de la capa oculta 1 ^a		9
Capa de salida	Función de activación		Sigmoide
	Variables dependientes	1	Clasificación
	Número de unidades		4
	Función de activación		Identidad
	Función de error		Suma de cuadrados

Fuente: El autor

En la tabla 37 se observan las 9 variables que recibe la capa de entrada, las variables son la: 12, 19, 21, 22, 23, 42, 43, 45 y 49, para un total de 9 neuronas en la capa de entrada. Cada variable tiene 5 categorías, es decir, 45 unidades de salida. Tenemos 1 capa oculta con 9 neuronas. La función de activación de la capa oculta es la sigmoide. En la capa de salida tenemos 4 neuronas y su función de activación es la identidad.

Tabla 38. Resumen del modelo (MLP)

Entrenamiento	Suma de errores cuadráticos	61,962
	Porcentaje de pronósticos incorrectos	13,1%
	Regla de parada utilizada	1 pasos consecutivos sin disminución del error ^a
	Tiempo de entrenamiento	0:00:00,27
Prueba	Suma de errores cuadráticos	,793
	Porcentaje de pronósticos incorrectos	0,0%
Reserva	Porcentaje de pronósticos incorrectos	15,7%

Variable dependiente: Clasificación

Fuente: El autor

En la tabla 38 tenemos el resumen de información de los datos de entrenamiento, de prueba y reserva.

En el caso del *Entrenamiento*, tenemos como suma de errores cuadráticos un 67.962, bastante bajo. El porcentaje de pronósticos incorrectos fue del 13.1%, el cual fue muy bajo, y el tiempo total de entrenamiento estuvo por debajo de un segundo.

En la *Prueba* se observa una suma de errores cuadráticos de 0.793 y un 0% de pronósticos incorrectos. Finalmente, en *Reserva* tenemos un 15.7% de pronósticos incorrectos, Siendo este un porcentaje bastante bajo de desaciertos.

Tabla 39. Clasificación mediante (MLP)

Muestra	Observado	Pronosticado				
		Acosador	Ambos	Observador	Víctima	Porcentaje correcto
Entrenamiento	Acosador	32	11	5	0	66,7%
	Ambos	4	209	4	16	89,7%
	Observador	0	3	56	7	84,8%
	Víctima	0	8	7	134	89,9%
	Porcentaje global	7,3%	46,6%	14,5%	31,7%	86,9%
Prueba	Acosador	0	0	0	0	0,0%
	Ambos	0	9	0	0	100,0%
	Observador	0	0	1	0	100,0%
	Víctima	0	0	0	4	100,0%
	Porcentaje global	0,0%	64,3%	7,1%	28,6%	100,0%
Reserva	Acosador	5	1	0	0	83,3%
	Ambos	0	29	2	2	87,9%
	Observador	1	2	12	1	75,0%
	Víctima	0	3	1	24	85,7%
	Porcentaje global	7,2%	42,2%	18,1%	32,5%	84,3%

Variable dependiente: Clasificación

Fuente: El autor

En la tabla 39 se observan los resultados porcentuales de clasificación.

Entrenamiento:

- De los 496 registros se clasificaron correctamente el 86.9%.
- Los aciertos en la clasificación fueron: 66.7% de los Acosadores, 89.7% de las Víctimas-Acosadores, 84.8% de los Observadores y 89.9% de las Víctimas.
- En general, se evidencia un buen porcentaje de éxito en el entrenamiento.

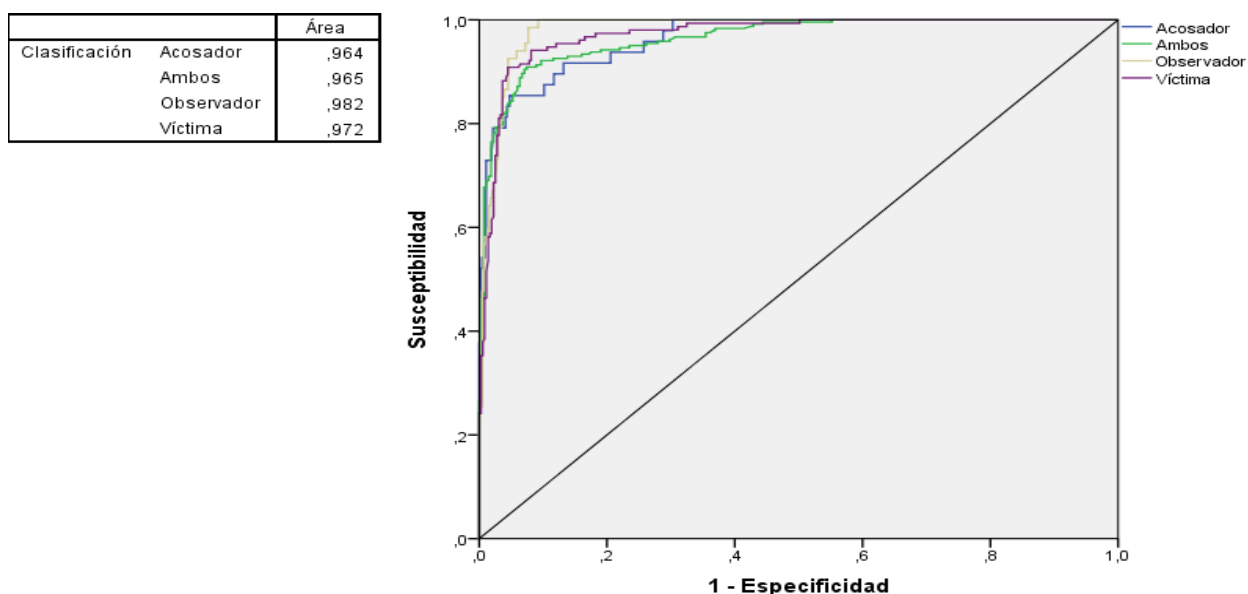
Prueba:

- De los 14 registros se clasificaron de forma exitosa el 100%.
- Los registros de prueba se distribuyeron así: 9 Víctimas-Acosadores, un Observador, 4 Víctimas y ningún Acosador, cuyos Porcentajes de acierto de clasificación fueron: 100%, 100%, 100% y 0.0% respectivamente.

Validación (Reserva):

- Tenemos que de los 83 registros para reserva se clasificaron correctamente el 84.3%. Resultado bastante importante.
- Se clasificaron correctamente el 83.3% de los Acosadores, 87.9% las Víctimas-Acosadores, 75% de los Observadores y 85.7% de las Víctimas.
- Los resultados de la clasificación para la etapa de validación fueron Altos.

En general, los aciertos de clasificación son bastante buenos, ya que están muy por encima del umbral planteado en la sección 6. Numeral 6.9.

Gráfica 14. Áreas bajo la curva y gráfico (MLP)

Fuente: El autor

En el gráfico anterior se observan los resultados de las áreas bajo la curva con su respectivo gráfico para cada uno de los cuatro grupos. Los resultados de las áreas son los siguientes:

0.964 para Acosadores, 0.965 para Víctimas-Acosadores, 0.982 para Observadores y 0.972 para Víctimas. Se evidencia que las cuatro áreas bajo la curva son muy cercanas a 1, concluyendo con esto que el modelo propuesto para la clasificación es bastante bueno.

11.7.3.3.1. Tabla de resultados de los 12 modelos MLP validados

A continuación se muestra las salidas de los 12 modelos.

Tabla 40. Resumen de resultados de validación (Reserva) de los modelos (MLP).

Modelo	Número y porcentaje de registros de entrenamiento	Número y porcentaje de registros de prueba	Número y porcentaje de registros para validación	Número de capas ocultas	Número neuronas capa oculta	Tasa de aprendizaje	Función de activación Capa oculta	Función de activación capa de salida	Área bajo la curva (COR)	Porcentaje de aciertos de clasificación (Validación)
1	496 (83.6%)	14 (2.4%)	83 (14%)	1	9	0.4	Sigmoide	Identidad	Acosador: 0.964, Ambos: 0.965, Observador: 0.982 y Víctimas: 0.972	84.3%
2	502 (84.7%)	22 (3.7%)	69 (11.6%)	1	9	0.4	Sigmoide	Sigmoide	Acosador: 0.970, Ambos: 0.967, Observador: 0.986 y Víctimas: 0.977	73.9%
3	498 (84%)	17 (2.9%)	78 (13.2%)	1	9	0.5	Sigmoide	Identidad	Acosador: 0.934, Ambos: 0.927, Observador: 0.973 y Víctimas: 0.950	71.8%
4	488 (82.3%)	20 (3.4%)	85 (14.3%)	1	9	0.5	Sigmoide	Sigmoide	Acosador: 0.976, Ambos: 0.950, Observador: 0.983 y Víctimas: 0.965	82.4%

Modelo	Número y porcentaje de registros de entrenamiento	Número y porcentaje de registros de prueba	Número y porcentaje de registros para validación	Número de capas ocultas	Número neuronas capa oculta	Tasa de aprendizaje	Función de activación Capa oculta	Función de activación capa de salida	Área bajo la curva (COR)	Porcentaje de aciertos de clasificación (Validación)
5	494 (83.3%)	21 (3.5%)	78 (13.2%)	1	9	0.05	Sigmoide	Identidad	Acosador: 0.921, Ambos: 0.923, Observador: 0.954 y Víctimas: 0.951	80.8%
6	496 (83.6%)	17 (2.9%)	80 (13.5%)	1	9	0.05	Sigmoide	Sigmoide	Acosador: 0.495, Ambos: 0.913, Observador: 0.977 y Víctimas: 0.961	75%
7	549 (92.6%)	18 (3%)	26 (4.4%)	1	10	0.4	Sigmoide	Identidad	Acosador: 0.936, Ambos: 0.932, Observador: 0.960 y Víctimas: 0.953	76.9%
8	553 (93.3%)	20 (3.4%)	20 (3.4%)	1	10	0.4	Sigmoide	Sigmoide	Acosador: 0.956, Ambos: 0.948, Observador: 0.978 y Víctimas: 0.971	85%

Modelo	Número y porcentaje de registros de entrenamiento	Número y porcentaje de registros de prueba	Número y porcentaje de registros para validación	Número de capas ocultas	Número neuronas capa oculta	Tasa de aprendizaje	Función de activación Capa oculta	Función de activación capa de salida	Área bajo la curva (COR)	Porcentaje de aciertos de clasificación (Validación)
9	549 (92.6%)	18 (3%)	26 (4.4%)	1	10	0.5	Sigmoide	Identidad	Acosador: 0.948, Ambos: 0.949, Observador: 0.965 y Víctimas: 0.956	76.9%
10	542 (91.4%)	20 (3.4%)	31 (5.2%)	1	10	0.5	Sigmoide	Sigmoide	Acosador: 0.969, Ambos: 0.965, Observador: 0.987 y Víctimas: 0.978	77.4%
11	548 (92.4%)	23 (3.9%)	22 (3.7%)	1	10	0.05	Sigmoide	Identidad	Acosador: 0.797, Ambos: 0.838, Observador: 0.848 y Víctimas: 0.877	45.5%
12	542 (91.4%)	21 (3.5%)	30 (5.1%)	1	10	0.05	Sigmoide	Sigmoide	Acosador: 0.958, Ambos: 0.956, Observador: 0.982 y Víctimas: 0.972	80%

Fuente: El autor

Para terminar, es bueno aclarar que se eligió el modelo 1 como el más eficiente, debido a que además de presentar un alto porcentaje de aciertos de clasificación (84.3%), presentó un buen porcentaje de aciertos de clasificación en los cuatro grupos y en las tres etapas. Por el contrario, el modelo 8 a pesar de presentar un alto porcentaje de aciertos de clasificación (85%), no presentó un buen porcentaje de aciertos en la clasificación de los Acosadores durante la etapa de entrenamiento, por tal motivo, no se eligió como el modelo de mayor rendimiento.

11.8. Comparación de las técnicas de clasificación

A continuación se presenta una tabla que muestra los porcentajes de acierto en la clasificación de los estudiantes para los tres modelos.

Tabla 41. Resultados generales de clasificación de los tres modelos

Grupos Modelo	Porcentaje de aciertos en la clasificación				
	Acosadores	Víctimas	Víctimas-Acosadores	Observadores	Aciertos de clasificación
Análisis discriminante	48.1%	80.1%	78.9%	62.7%	74.2%
Regresión logística	74.1%	89.5%	89.1%	95.2%	88.7%
Perceptrón multicapa (MLP)	83.3%	85.7%	87.9%	75%	84.3%

Fuente: El autor

En la tabla 41 tenemos el resumen de los resultados de los tres modelos de clasificación. En general se tiene que los tres modelos realizan una buena clasificación de los estudiantes de acuerdo con su rol de participación en el bullying, esto se debe a que los tres modelos presentaron aciertos de clasificación por encima del 70% del umbral planteado en la sección 6. Numeral 6.9.

Al revisar el porcentaje de aciertos de clasificación de los cuatro grupos se tiene lo siguiente:

Del grupo de Acosadores, la mayor tasa de aciertos de clasificación la tuvo el modelo MLP con un 83.3% y la más baja la presentó el análisis discriminante con un 48.1%. En el grupo de las Víctimas el mayor porcentaje de aciertos lo tuvo el modelo de regresión logística con un 89.5% y la tasa más baja de aciertos la tuvo el análisis discriminante con un 80.1%. En cuanto al grupo de Víctimas-Acosadores la mejor tasa de aciertos la tuvo el modelo de regresión logística mediante análisis discriminante con un 89.1% y la más baja la presentó el análisis discriminante con 78.9%. Finalmente tenemos el grupo de Observadores, en el cual la mayor tasa de aciertos la

tuvo el modelo de regresión logística mediante análisis discriminante con un 95.2% y la tasa más baja la tuvo el análisis discriminante con 62.7%.

Resumiendo, se puede concluir que de los tres modelos el que mejor clasifica a los estudiantes es el de regresión logística, con un acierto en la clasificación del 88.7%, además, este modelo presentó la mayor tasa de aciertos de los tres modelos en la clasificación de Víctimas, de Víctimas-Acosadores y de Observadores. Por otra parte, tenemos como peor modelo de clasificación el análisis discriminante con un porcentaje de aciertos del 74.2% y la tasa de aciertos más baja de clasificación de los tres modelos para todos los grupos.

11.9. Tipología por grupos

Se presenta una descripción de las características propias de los perfiles o roles del bullying. La tipología por grupos se construyó con algunos de los resultados arrojados por el análisis de correspondencia múltiple presentado en la sección 11.6.1 y con los análisis descriptivos realizados a las 9 variables que discriminaron los grupos. Por efectos prácticos, los análisis descriptivos; tablas de frecuencia y gráficos no fueron mostrados en esta investigación.

A continuación tenemos las variables que discriminaron los grupos:

Tabla 42. Variables que separan los cuatro grupos

Número de pregunta	Variable
12	¿Considera que su vida vale mucho y es muy importante para usted (que su vida tiene sentido)?
19	¿Cuándo usted comete una falta es consciente de los daños que ésta causa en la(s) otra(s) persona?
21	¿Le gusta que sus compañeros(as) celebren sus travesuras, sus faltas escolares y ser ejemplo a seguir?
22	¿Le gusta dominar a sus compañeros(as) y que ellos hagan lo que usted quiere?
23	¿Cuándo tiene una dificultad con alguno de sus compañeros (as), usted le reclama o lo enfrenta buscando con ello hacerse respetar?
42	¿Alguno(s) de sus compañeros lo han llegado a insultar, gritar, callar, chiflar, burlar, hecho mal gestos o lo han hecho llorar?
43	¿Algunos de sus compañeros lo han amenazado de forma directa o con mensajes en redes sociales, con armas, con gestos, con golpearlo o con divulgar información que afecta su privacidad?
45	¿Alguno(s) de sus compañeros rompen sus cosas, las esconden o se las roban a propósito con la intención de hacerle daño?
49	¿En algún momento ha maltratado física, verbal o psicológicamente a un compañero?

Fuente: El autor

Acosadores:

- La mayoría de ellos dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Cuando cometen una falta en la mayoría de los casos son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros
- En algunas ocasiones les gusta cuando sus compañeros les celebran sus travesuras, sus faltas y cuando son seguidos.
- En algunas ocasiones les gusta dominar y manipular a sus compañeros
- En caso de un problema, casi siempre enfrentan al otro o le reclaman para hacerse respetar
- En muchas ocasiones han llegado a maltratar a sus compañeros de forma física, verbal o psicológica.
- Por lo general nadie los agrede.

Víctimas:

- La mayoría de las víctimas dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Cuando cometen una falta en la mayoría de los casos son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros
- Por lo general no les gusta cuando les celebran sus travesuras, sus faltas y son seguidos.
- No les gusta dominar a sus compañeros
- Pocas veces se hacen respetar, por lo general les cuesta trabajo enfrentar a sus compañeros
- Por lo general no llegan a agredir de ninguna forma a sus compañeros
- En pocas ocasiones se atreven a manifestar que de alguna manera han llegado a ser agredidos.

Víctimas-Acosadores:

- La mayoría de ellos dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Por lo general son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros cuando llegan a cometer alguna falta.
- Son un poco impredecibles, algunas veces les gusta que les celebren sus faltas y que los sigan, pero en otras ocasiones no.
- En la mayoría de las veces no les gusta ejercer dominio sobre sus compañeros, pero en algunas ocasiones si lo llegan a hacer.
- En muchas ocasiones se hacen respetar enfrentándose con sus compañeros, pero en muchas otras ocurre lo contrario.
- Al igual que las víctimas, en pocas ocasiones se atreven a manifestar que están siendo agredidos, pero por lo general manifiestan que no son agredidos.
- En algunas ocasiones han llegado a agredir a sus compañeros de forma física, verbal o psicológica.

Observadores:

- Dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros cuando llegan a cometer alguna falta.
- Por lo general no les gusta que sus compañeros les celebren sus faltas y los sigan.
- No les gusta ejercer dominio ni manipulación sobre sus compañeros.
- Cuando se les presenta una dificultad casi siempre enfrentan al otro para hacerse respetar.
- Son estudiantes que por lo general no son agredidos.

12. Conclusiones

1. En el departamento de Risaralda (Colombia) de una población mixta conformada por 2355 escolares de básica primaria, básica secundaria y media, se seleccionó una muestra de 593 alumnos(as) de secundaria, pertenecientes a tres instituciones educativas públicas de los municipios de Belén de Umbría, La Virginia y su capital Pereira, respectivamente. Los estudiantes que conformaron la muestra fueron encuestados y posteriormente clasificados de forma manual y no manual de acuerdo con su rol de participación en el fenómeno del bullying o acoso escolar. Además de esto, se realizó una descripción de las características propias de cada uno de los cuatro roles que participan del bullying en el contexto Risaraldense.
2. Para las encuestas se aplicó el cuestionario ROPAE 2017. Este fue construido durante esta investigación y lo conforman 49 preguntas cerradas, las cuales están enmarcadas en cuatro dimensiones de los alumnos(as) como son: Auto-concepto social, adaptación psicosocial, clima familiar y ambiente escolar. Además, el cuestionario integra características⁹ propias del acosador, de la víctima y del observador, así como permite indagar sobre situaciones en las cuales los alumnos(as) pueden expresar el tipo de victimización o agresión que padece, al igual que su frecuencia.
3. Los 593 alumnos(as) fueron clasificados de forma manual y a juicio de experto. Los resultados de la clasificación fueron los siguientes: 54 *Acosadores*, 181 *Víctimas*, 275 *Víctimas-Acosadores* y 83 *Observadores*, correspondientes al 9.1%, 30.5%, 46.4% y 14% del total de la muestra respectivamente.
4. Los resultados del análisis de componentes principales no fueron los esperados, es decir, el propósito era reducir la dimensionalidad del problema cosa que no se pudo lograr, lo cual puede inducir a afirmar que dicha técnica no funciona muy bien con variables categóricas ordinales.
5. De las 49 variables del cuestionario solamente dos variables fueron cuantitativas, la variable 2: <<edad>> y la número 10: <<Número de hermanos>>. A estas variables se les hizo el ANOVA, es decir, una prueba de igualdad de medias, se consideró un nivel de significancia estadística $p_valor < 0.05$, se encontró que ninguna de las dos variables resultaron ser diferentes en medias, con lo que se concluyó que dichas variables no sirvieron para discriminar los grupos.

⁹ Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying, Laura Elizabeth Cervantes y Roberto Estrada, p.30 y 31.

6. Se seleccionaron 34 variables categóricas que a juicio de experto se consideró que tenían algún tipo de asociación con los grupos, y se les aplicó el estadístico Chi-cuadrado para probar independencia. Con un nivel de significancia estadística $p_valor < 0.05$, Se encontró que 20 variables estaban asociadas con los grupos. Las variables fueron las siguientes:

Tabla 43. Lista de variables asociadas a los grupos

Variable	Descripción
3	Género
12	¿Considera que su vida vale mucho y es muy importante para usted (que su vida tiene sentido)?
17	Cuándo un compañero(a) tiene una dificultad o un problema ¿usted se solidariza con él (ella), usted lo (la) entiende y trata de ayudarlo(a)?
18	¿Cuándo usted comete una falta reconoce o asume su responsabilidad en ella?
19	¿Cuándo usted comete una falta es consciente de los daños que ésta causa en la(s) otra(s) persona?
20	¿Considera que tiene un trato adecuado hacia sus compañeros (as)?
21	¿Le gusta que sus compañeros(as) celebren sus travesuras, sus faltas escolares y ser ejemplo a seguir?
22	¿Le gusta dominar a sus compañeros(as) y que ellos hagan lo que usted quiere?
23	¿Cuándo tiene una dificultad con alguno de sus compañeros (as), usted le reclama o lo enfrenta buscando con ello hacerse respetar?
24	¿Se le facilita expresar sus sentimientos y pensamientos?
30	Cuando uno de sus compañeros agrede a otro(s) ¿Usted siente admiración por el agresor?
35	¿Es agradable la convivencia en su casa?
41	¿Se ha sentido ignorado(a) por alguno(s) de sus compañeros?
42	¿Alguno(s) de sus compañeros lo han llegado a insultar, gritar, callar, chiflar, burlar, hecho mal gestos o lo han hecho llorar?
43	¿Algunos de sus compañeros lo han amenazado de forma directa o con mensajes en redes sociales, con armas, con gestos, con golpearlo o con divulgar información que afecta su privacidad?
44	¿Sus compañeros lo(a) han llegado a agredir con: puñetazos, patadas, objetos, empujones o estrujones?
45	¿Alguno(s) de sus compañeros rompen sus cosas, las esconden o se las roban a propósito con la intención de hacerle daño?
47	¿Alguien se ha burlado de su condición sexual?
48	¿Lo(a) han presionado para besarlo (a) o lo (a) han obligado a tener prácticas sexuales no deseadas?
49	¿En algún momento ha maltratado física, verbal o psicológicamente a un compañero?

Fuente: El autor

7. Durante el análisis discriminante se pudo encontrar el grupo de variables que discriminan los grupos luego de aplicar las pruebas lambda parcial y F parcial a las 20 variables asociadas a los grupos. Los resultados de estas pruebas arrojaron que solamente 9 de las 20 variables son las que verdaderamente separan los grupos. A demás de esto, se formularon las funciones discriminantes y de clasificación. La 9 variables que separaron los grupos fueron:

Tabla 44. Lista de variables que más aportan para la separación de los grupos.

Variable	Descripción
12	¿Considera que su vida vale mucho y es muy importante para usted (que su vida tiene sentido)?
19	¿Cuándo usted comete una falta es consciente de los daños que ésta causa en la(s) otra(s) persona?
21	¿Le gusta que sus compañeros(as) celebren sus travesuras, sus faltas escolares y ser ejemplo a seguir?
22	¿Le gusta dominar a sus compañeros(as) y que ellos hagan lo que usted quiere?
23	¿Cuándo tiene una dificultad con alguno de sus compañeros (as), usted le reclama o lo enfrenta buscando con ello hacerse respetar?
42	¿Alguno(s) de sus compañeros lo han llegado a insultar, gritar, callar, chiflar, burlar, hecho mal gestos o lo han hecho llorar?
43	¿Algunos de sus compañeros lo han amenazado de forma directa o con mensajes en redes sociales, con armas, con gestos, con golpearlo o con divulgar información que afecta su privacidad?
45	¿Alguno(s) de sus compañeros rompen sus cosas, las esconden o se las roban a propósito con la intención de hacerle daño?
49	¿En algún momento ha maltratado física, verbal o psicológicamente a un compañero?

Fuente: El autor

8. En esta investigación el haber logrado encontrar las variables que separan los grupos resultó indispensable para la aplicación de la regresión logística y el perceptrón multicapa (MLP), ya que además de reducir de forma importante el número de variables, se logró trabajar con las más importantes para la clasificación de los grupos, lo cual quedó claramente evidenciado en las tasas de acierto de clasificación de los dos modelos. Es por esta razón que el análisis discriminante resultó ser una técnica clave para el éxito de los modelos en la clasificación de los grupos del bullying.
9. Se clasificó la muestra de alumnos(as) con análisis discriminante, regresión logística mediante análisis discriminante y MLP. Se pudo determinar que los tres modelos presentaron tasas de acierto en la clasificación de la muestra del: 74.2%, 88.7% y 84.3% respectivamente, siendo el de regresión logística el mejor de ellos y el análisis discriminante el peor de los tres. Es importante aclarar que los tres porcentajes de acierto de clasificación estuvieron por encima del 70%, como tal, los tres modelos lograron superar el umbral

planteado en la sección 8. Numeral 6.9, por esta razón se puede concluir que los tres modelos resultan ser muy buenos en la clasificación de los grupos del bullying.

10. A pesar de que el análisis discriminante es una técnica construida para variables cuantitativas, resulta importante destacar que esta técnica se comporta bien en problemas representados con variables categóricas ordinales. Esto se debe a que en buena medida las categorías de este tipo de variables tienen el mismo comportamiento que los números.
11. En cuanto a la clasificación de los grupos, se puede decir que en el grupo de *Acosadores* la mayor tasa de aciertos de clasificación la tuvo el MLP con un 83.3% y la tasa más baja la presentó el análisis discriminante con un 48.1%. En el grupo de *Víctimas* el mayor porcentaje de aciertos lo tuvo la regresión logística con un 89.5% y el porcentaje más bajo lo tuvo el análisis discriminante. En el grupo de *Víctimas-Acosadores* la mayor tasa de aciertos la logró la regresión logística con 89.1% y la tasa más baja la tuvo el análisis discriminante con 78.9%. Finalmente, en el grupo de *Observadores* la tasa más alta de clasificación la tuvo la regresión logística con un 95.2% y la más baja la tuvo el análisis discriminante con 62.7%. Resumiendo, aunque el análisis discriminante resultó ser una buena técnica de clasificación para este contexto, éste presentó no solo la tasa más baja de aciertos de clasificación global de todas las técnicas, sino que también la tuvo en la clasificación de cada uno de los grupos.
12. Con los resultados del análisis de correspondencia múltiple y el análisis descriptivo por grupos de las nueve variables que los separan, se definieron las características de cada uno de los roles del bullying para el contexto Risaraldense.

Características del *Acosador*:

- La mayoría de ellos dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Cuando cometen una falta en la mayoría de los casos son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros
- En algunas ocasiones les gusta cuando sus compañeros les celebran sus travesuras, sus faltas y cuando son seguidos.
- En algunas ocasiones les gusta dominar y manipular a sus compañeros.
- En caso de un problema, casi siempre enfrentan al otro o le reclaman para hacerse respetar
- En muchas ocasiones han llegado a maltratar a sus compañeros de forma física, verbal o psicológica.
- Por lo general nadie los agrede.

Características de la *Víctima*:

- La mayoría de las víctimas dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Cuando cometen una falta en la mayoría de los casos son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros
- Por lo general no les gusta cuando les celebran sus travesuras, sus faltas y son seguidos.
- No les gusta dominar a sus compañeros
- Pocas veces se hacen respetar, por lo general les cuesta trabajo enfrentar a sus compañeros
- Por lo general no llegan a agredir de ninguna forma a sus compañeros
- En pocas ocasiones se atreven a manifestar que de alguna manera han llegado a ser agredidos.

Características de la *Víctima-Acosador*:

- La mayoría de ellos dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Por lo general son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros cuando llegan a cometer alguna falta.
- Son un poco impredecibles, algunas veces les gusta que les celebren sus faltas y que los sigan, pero en otras ocasiones no.
- En la mayoría de las veces no les gusta ejercer dominio sobre sus compañeros, pero en algunas ocasiones si lo llegan a hacer.
- En muchas ocasiones se hacen respetar enfrentándose con sus compañeros, pero en muchas otras ocurre lo contrario.
- Al igual que las víctimas, en pocas ocasiones se atreven a manifestar que están o han siendo agredidos, pero por lo general manifiestan que no son agredidos.
- En algunas ocasiones han llegado a agredir a sus compañeros de forma física, verbal o psicológica.

Características del *Observador*:

- Dan mucho valor e importancia a sus vidas
- Son conscientes de los daños que pueden causar a sus compañeros cuando llegan a cometer alguna falta.
- Por lo general no les gusta que sus compañeros les celebren sus faltas y los sigan.
- No les gusta ejercer dominio ni manipulación sobre sus compañeros.
- Cuando se les presenta una dificultad casi siempre enfrentan al otro para hacerse respetar.
- Son estudiantes que por lo general no son agredidos.

13. Se pudo evidenciar que el haber creado el grupo de Víctimas-Acosadores permitió una separación mucho más realista de los estudiantes de acuerdo con los roles de participación en el fenómeno del bullying. El haber integrado este grupo a los roles, permitió identificar al estudiante que tiene esta doble conducta y con ello no se incurrió en la trampa de clasificar a este tipo de estudiante como Víctima o como Acosador. Como se pudo constatar, el total de estudiantes Víctimas-Acosadores fue de 275, si no se hubiese creado este grupo, el número de alumnos clasificados como víctimas o como acosadores hubiese sido mucho mayor y la clasificación pierde todo sentido debido a que no es realista pensar que en un centro o institución educativa mediana o pequeña, se puedan presentar tantos casos como estos. Para finalizar, es conveniente decir que es bastante inquietante el número tan alto de estudiantes que resultó en el grupo de Víctimas-Acosadores.

14. Recomendaciones

Para futuras investigaciones puede resultar interesante obtener la base de datos de los estudiantes con la cual se trabajó esta investigación, a partir de información consignada en los observadores de convivencia escolar de las instituciones educativas y no mediante encuestas. Algunas instituciones educativas llevan un registro de convivencia escolar por estudiante, a partir de este es posible el diligenciamiento de un formato por cada estudiante, el cual contenga todos los aspectos considerados en el cuestionario ROPAE 2017. La información obtenida a partir de este mecanismo puede llegar a ser mucho más real y acertada que la que se obtiene a partir de las encuestas.

En el acoso escolar, el estudio del grupo de observadores es un tema relativamente nuevo y poco explorado, resulta interesante realizar una exploración de este grupo, con el fin de entender su comportamiento para el desarrollo de una caracterización de los subgrupos presentes en su interior. El entender estos subgrupos, permite el desarrollo de mecanismos de clasificación de los estudiantes que lo conforman, y dicha clasificación puede realizarse por los métodos trabajados en esta investigación.

En futuros trabajos de investigación es posible desarrollar modelos de clasificación de los roles de participación en el bullying, mediante la función de base radial y redes neuronales probabilísticas, así como técnicas de minería de datos, entre ellas, árboles de decisión y bosques aleatorios, y al final comparar sus resultados de clasificación con los resultados de los modelos de esta investigación.

Resulta interesante realizar investigaciones al grupo de Víctimas-Acosadores. De acuerdo con ciertas observaciones existen estudiantes que presentan los dos roles; el de víctima y el de acosador, es por esta razón que dicho rol merece toda un trabajo de investigación.

Para terminar, se espera que esta investigación sirva como apoyo a futuras investigaciones relacionadas con la violencia escolar.

15. Recursos empleados

Para el desarrollo de este proyecto de investigación se emplearon los siguientes recursos:

1. Computadores con Sistema Operativo Windows 10
2. Internet
3. Software estadístico SPSS versión 21 de 64 bits
4. Software estadístico InfoStat versión 2017 para estudiante.
5. Microsoft Office Excel 2010
6. Microsoft Office Word 2010
7. Económicos: Los gastos de financiación del trabajo de investigación, estuvieron a cargo del investigador. La financiación del director y de los asesores del proyecto de investigación, estuvieron a cargo de la Universidad Tecnológica de Pereira.

16. Palabras claves

Bullying, violencia o acoso escolar, convivencia escolar, roles de participación, grupos (*Acosador, Víctima, Víctima-Acosador y Observador*), variables categóricas, categorías, variable de clasificación, variables dependientes, variables explicativas, muestra, análisis de varianza, pruebas de independencia, prueba Chi-cuadrado, grados de libertad, Lambda de Wilks, función discriminante de Fischer, prueba de Fischer, prueba V de Barlett, prueba Lambda Parcial, prueba F Parcial, prueba de razón de verosimilitud, matriz de clasificación, función de verosimilitud, estadístico desviación, estadístico de Pearson, coeficiente Pseudo R^2 , pronóstico, neurona, función logística, función Identidad, función sigmoide, función de activación, algoritmo Backpropagation, capas (de Entrada, ocultas y de salida), descenso de gradiente (Gradient descent), probabilidad de pertenencia a un grupo, función de clasificación, clasificación de los grupos, comparación de técnicas de clasificación, pruebas de hipótesis, nivel de significancia estadística, muestra de entrenamiento, muestra de prueba, muestra de validación, Eje discriminante, análisis de correspondencia múltiple, análisis de componentes principales, variables discriminantes, análisis discriminante (DA), regresión logística (LR), regresión logística mediante análisis discriminante, redes neuronales (NN), perceptrón multicapa (MLP), tipología por grupos, características de los roles, encuesta sobre intimidación, violencia entre iguales, propuesta de caracterización del bullying, tipos de bullying, cuestionario ROPAE 2017, cuestionario informe Cisneros VII, Cuestionario CIMEI, Olweus, IBM SPSS Statistics 21, InfoStat y modelo.

17. Referencias

- [1] Congreso de la República de Colombia; Ley 1732 decreto 1038. “Cátedra de la paz”, Bogotá D.C. Septiembre 2014.
- [2] Cervantes Benavides, Laura Elizabeth; Estrada Olguín, Roberto; “Una propuesta para identificar, clasificar y tipificar el bullying”, Revista iberoamericana para la investigación y el desarrollo Educativo, Ciudad Juárez, ISSN 2007-2619.
- [3] Constitución Política de Colombia de 1991, Bogotá D.C. Edición 2016. Artículo 67.
- [4] Congreso de la República de Colombia; “Ley 115 de 1995. Ley General de Educación”, Bogotá D.C. Edición febrero 8 de 1995. Artículos 1, 5, 13 y 14.
- [5] Ministerio de Educación Nacional de Colombia; “Ley 1620 de 2013. Sistema Nacional de Convivencia Escolar y Formación para el Ejercicio de los Derechos Humanos, La Educación para la Sexualidad y la Prevención y Mitigación de la Violencia Escolar”. Bogotá D.C. Septiembre 11 de 2013. Artículos 1 y 2.
- [6] Ministerio de Educación Nacional de Colombia; “Guía #6. Estándares básicos de competencias ciudadanas”, Bogotá D.C. 2004.
- [7] Asamblea General de las Naciones Unidas; “Declaración universal de los derechos humanos”, resolución 217, París, Diciembre 10 de 1948. Artículos 1, 2, 3, 4, 5, 7 y 26.
- [8] Olweus, Dan.; “Forsking om Skolmobbing”, Suecia, 1973.
- [9] Olweus, Dan.; “Agression in schools: Bullies and whipping Boy”, United States of America, 1978.
- [10] Smith, Peter K.; “School bullying”, United Kingdom, 2012.
- [11] Ortega Ruíz, Rosario. Y colaboradores.; “La convivencia escolar: qué es y cómo abordarla”, Consejería de Educación y Ciencia. Junta de Andalucía, Sevilla-España, 1998.
- [12] Oñate, Araceli. Piñuela, Iñaki. Zabala.; Estudio Cisneros VII sobre “Violencia y Acoso Escolar”, Institución de Innovación Educativa y Desarrollo Directivo, Madrid, 2005.
- [13] Joffre-Velázquez, Víctor M. García-M, Gerardo. Saldívar-González, Atenógenes H. Martínez-Perales, Gerardo. Lin-Ochoa, Dolores. Quintanar-Martínez, Sandra. Villasana-Guerra, Alejandra.; Artículo: “Bullying in junior high school students. General characteristics and associated risk factors”, Ciudad Madero-México, 2011.
- [14] Aristimuño, Adriana. Noya, Juan C.; Artículo: “School life and bullying at secondary high schools in Uruguay”, Montevideo-Uruguay, 2015.

- [15] Valdés Cuervo, Ángel A. Yañez Quijada, Adrián I. Carlos Martínez, Ernesto A.; Artículo: “Differences between subgroups of students involved in bullying: victims, aggressors and aggressors-victims”, Zona sur-Noreste de México, 2013.
- [16] Lewis, Andrew J. White, Jennifer.; Artículo: “The defense mechanisms of homophobic adolescent males: A descriptive discriminant analysis, Victoria-Australia, 2009.
- [17] Pavlekovic, Margita. Bensic, Mirta. Zekic-Susac, Marijana.; Artículo: “Modeling children’s mathematical gift by neural networks and logistic regression”, Osijek-Croacia, 2010.
- [18] Cepeda-Cuervo, Edilberto. Caicedo Sánchez, Gloria.; Artículo: “Acoso escolar: Caracterización, consecuencias y prevención, Universidad Nacional de Colombia”, 2013.
- [19] Povedano, Amapola. Hendry, Leo B. Ramos, Manuel J. Varela, Rosa.; Artículo: “School Victimization: Family Environment, Self-esteem, and Life Satisfaction from a Gender Perspective”, Madrid, 2010.
- [20] González Rodríguez, Vivana. Mariaca Patiño, Jorge Iván. Arias Tobón, Jacinta Lucia.; Artículo: “Estudio Exploratorio del Bullying en Medellín”, Medellín-Colombia, 2014.
- [21] Paredes, María Teresa. Álvarez, Martha Cecilia. Lega, Leonor I. Vernon, Ann; Artículo: “Estudio exploratorio sobre el fenómeno del bullying en la ciudad de Cali”, Cali-Colombia, 2008.
- [22] Amaya, Paula. Castaño, José. Constanza, Sandra. García, Andrés. Giraldo, Verónica. Hernández, Sammy. Toro, Carolina. Moncada, María Fernanda. Restrepo, Camilo. Rodríguez, María Andrea.; Artículo: “Factores psicosociales asociados a comportamientos violentos en población escolarizada de Manizales”, Manizales-Colombia, 2009.
- [23] Castillo-Pulido, Luis Evelio.; Artículo: “El acoso escolar. De las causas, origen y manifestaciones a la pregunta por el sentido que le otorgan los actores”, Bogotá D.C. 2011.
- [24] Navarro Tauste, Sebastián.; Adaptación y validación al español del cuestionario “My life in school” en una muestra de estudiantes Giennenses de secundaria., Revista electrónica de Investigación y docencia, Julio 2012. Recuperado de:
<http://www.revistareid.net/revista/n8/reid8art9.pdf>
- [25] Ortega, r, Mora-Merchán, j.a. y mora j.; Cuestionario sobre “intimidación y maltrato entre iguales (secundaria)”, Junta de Andalucía Consejería de Educación y Ciencia, 2006.
- [26] Polo del Río, María Isabel. León del Barco, Benito. Felipe Castaño, Elena. Fajardo Bullón, Fernando. Gómez Carroza, Teresa. Mendo Lázaro, Santiago.; “Análisis de la Socialización sobre Perfiles de la dinámica bullying”, Extremadura-España, 2015.

- [27] Cuevas Jaramillo, María Clara. Marmolejo Medina, María Alejandra.; Artículo: “Observadores en situaciones de victimización por intimidación escolar: Caracterización y razones de su rol”, Buga-Colombia, 2011.
- [28] Cervantes Botero, Víctor H. Cepeda Cuervo, Edilberto. Corrales Bossio, Martha.; Artículo: “Acoso en el ambiente escolar: Análisis de un cuestionario mediante Teoría de Respuesta al Ítem y Análisis de Correspondencias Múltiples”, Bogotá D.C. 2013.
- [29] Manel, Stéphanie. Dia, Jean-Marie. Ormerod, Steve J.; Artículo: “Comparing discriminant analysis, neural networks and logistic regression for prediction species distributions: a case study with a Himalayan river bird, Región del Himalaya”, Himalaya-India-Nepal. 1999.
- [30] Imran Kurt, Mevlut Ture, A. Turhan Kurum.; Artículo: “Comparing performances of logistic regression, classification and regression tree, and neural networks for predicting coronary artery disease”, Turquía, 2008.
- [31] L. Pillonela, U. Butikofera, H. Schlichtherle-Cernya, R. Tabacchib, J.O. Bosseta.; Artículo: Geographic origin of European Emmental. Use of discriminant analysis and artificial neural network for classification purposes, Europa, Octubre 2004.
- [32] de la Fuente Fernández, Santiago.; “Análisis discriminante”, Madrid, 2011.
- [33] Clavijo Méndez, Jairo A.; “Guía para un curso básico de análisis multivariado”, Ibagué-Colombia, 2016.
- [34] Rencher, Alvin C.; “Methods of Multivariate Analysis”, Edición 2, Jhon Wiley & Sons, United States of America, 2002.
- [35] Peña, Daniel.; “Análisis de Datos Multivariantes”, Madrid, 2002.
- [36] de la Fuente Fernández, Santiago.; Análisis de correspondencias simples y múltiples”, Madrid, 2011.
- [37] Clavijo Méndez, Jairo A., “Introducción al análisis discriminante”, Ibagué-Colombia, 2004.
- [38] Grané, Aurea.; “Análisis discriminante y clasificación”, Universidad Carlos III de Madrid, Recuperado de:
http://www.est.uc3m.es/agrane/esp/cooperacion/proyecto_mozambique_archivos/alumnos/Tema_8_AnalisisDiscriminante_reducido.pdf
- [39] Badii, M.H., J. Castillo, K. Cortez, A. Wong & P.Villalpando.; “Análisis de correlación canónica (ACC) e investigación científica”, México, 2007.

- [40] Jiménez, Ezequiel Uriel. Aldás, Joaquín.; “Análisis Multivariado Aplicado”, International Thomson Editores Spain, Madrid, 2005.
- [41] de la Fuente Crespo, Laura.; “Análisis Discriminante”. Recuperado de: http://www.estadistica.net/Master-Econometria/Analisis_Discriminante.pdf
- [42] Daniel F. Osorio, Johann A Ospina, Danny A. Lenis.; “Planteamiento del modelo logístico multinomial a través de la función canónica de enlace de la familia Exponencial”, Cali-Colombia, 2009.
- [43] Solano Dávila, Olga. Ramirez, Agustina. Bartolo, Félix. Giraldo, Orlando. Salinas, Alfredo. “Análisis de diagnóstico en el modelo de regresión logística: Una Aplicación”, Lima-Perú, Agosto 2007.
- [44] de la Fuente Fernández, Santiago.; “Regresión logística”, Madrid, 2011.
- [45] de la Fuente Fernández, Santiago.; “Análisis correspondencias simples y múltiples”, Madrid, 2011.
- [46] Díaz, Ignacio. Garrido, Isabel.; “Correspondencias múltiples en SPSS”, Chile, 2015.
- [47] Vidal González, Marta.; “El uso del perceptrón multicapa para la clasificación de patrones en conductas adictivas”, Islas Baleares-España, 2014.
- [48] Hagan, Martin T. Demuth, Howard B. Hudson, Mark. Orlando de Jesús. Neural Network Design, Segunda edición. Recuperado de: <http://hagan.okstate.edu/NNDesign.pdf>
- [49] Heaton, Jeff.; “Programming Neural Networks With Encog 2 in Java”, Heaton Research, Inc, St. Louis-United States of America, Marzo de 2010.
- [50] Coppin, Ben.; “Artificial Intelligence Illuminated”, Jones and Bartlett Publishers, United States of America, 2004.
- [51] Siddique, Nazmul. Adeli, Hojjat.; “Computational Intelligence Synergies of fuzzy logic, neural networks and evolutionary computing”, John Wiley & Sons, ltd, United Kingdom-Reino Unido, 2013.
- [52] Sánchez Pérez, Gabriela., Becerra Sánchez, Mariana., Flores Badillo, José A., Olivar Caro, Ma Luisa.; “Violencia Escolar: Apoyo Comunitario como Propuesta de Prevención”, Dirección General de Prevención del Delito y Participación Ciudadana, México, 2012.

Anexo 1. Cuestionario ROPAE 2017

CUESTIONARIO ROPAE 2017

Nota: La información que a continuación va a diligenciar es con fines de investigación y por tal motivo se garantiza su absoluta confidencialidad.

A continuación responda en la columna derecha marcando con una X de acuerdo a su realidad. Responda únicamente lo que se le pregunta y no deje preguntas sin responder.

1. Nombre de su Institución educativa	Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcá <input type="radio"/> Institución Educativa Alfonso López Pumarejo <input type="radio"/> Institución Educativa Hugo Ángel Jaramillo <input type="radio"/>
2. Edad en años: (Escriba en números)	
3. Género	Masculino <input type="radio"/> Femenino <input type="radio"/>
4. Grado que cursa	5° <input type="radio"/> 8° <input type="radio"/> 11° <input type="radio"/> 6° <input type="radio"/> 9° <input type="radio"/> 7° <input type="radio"/> 10° <input type="radio"/>
5. ¿Su grupo étnico es? Etnia: Raza.	Mestizo <input type="radio"/> Indígena <input type="radio"/> Afrodescendiente <input type="radio"/> Otro ¿Cuál? _____
6. ¿Usted pertenece o ha pertenecido a una tribu urbana? Tribu Urbana: Grupos de amigos jóvenes que visten de forma similar, poseen costumbres iguales y tienen sitios comunes para reunirse.	Emo <input type="radio"/> Gomelo <input type="radio"/> Punkeros <input type="radio"/> Floggers <input type="radio"/> Raperos <input type="radio"/> Rastafari <input type="radio"/> Metaleros <input type="radio"/> Rudos <input type="radio"/> Skinheads <input type="radio"/> Ninguno <input type="radio"/> Otro ¿Cuál? _____
7. ¿Usted pertenece o ha pertenecido a una pandilla? Pandilla: Jóvenes que realizan actividades en grupo; desde ir a fiestas hasta cometer actos violentos e ilegales.	SI <input type="radio"/> NO <input type="radio"/>
8. ¿Usted es desplazado por la violencia o hace parte del programa de reinseridos?	SI <input type="radio"/> NO <input type="radio"/>
9. ¿Cuál es el nivel de estudio del jefe (a) de su hogar? Jefe(a): Persona que manda en su casa. Bachiller: Si terminó el 11° y está graduado.. Secundaria: Si cursó o está cursando 6°, 7°, 8°, 9°, 10° u 11°. Técnico: De carros, motos, manejo de máquinas o de cultivos, etc, graduado por el SENA o algún instituto. Tecnólogo: Si cursó tres años en la universidad y tiene un título de tecnólogo. Profesional: Licenciado, ingeniero, médico, veterinario, economista, contador, administrador, etc y tiene título. Postgrado: Es profesional y sigue estudiando	No tiene <input type="radio"/> Técnico <input type="radio"/> Primaria <input type="radio"/> Tecnólogo <input type="radio"/> Secundaria <input type="radio"/> Profesional <input type="radio"/> Bachiller <input type="radio"/> Postgrado <input type="radio"/> No sabe <input type="radio"/>
10. ¿Cuántos hermanos tiene? (Sin contarse usted). (Escriba en números).	
11. ¿La situación económica de su familia es?	Muy buena <input type="radio"/> Mala <input type="radio"/> Buena <input type="radio"/> Muy mala <input type="radio"/> Regular <input type="radio"/>

A continuación por cada pregunta se presentan cinco opciones de respuesta (escala), responda solo una opción de acuerdo a su criterio marcando con una X. No deje preguntas sin responder.

PREGUNTAS		ESCALA				
		SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	RARA VEZ	NUNCA
12.	¿Considera que su vida vale mucho y es muy importante para usted (que su vida tiene sentido)?					
13.	¿Se siente conforme con sus apellidos y/o sus nombre?					
14.	¿Se siente conforme con su apariencia física?					
15.	¿Se siente conforme con su tono de voz y su forma de hablar?					
16.	¿Se considera una persona con habilidades y capacidades?					
17.	Cuándo un compañero(a) tiene una dificultad o un problema ¿usted se solidariza con él (ella), usted lo (la) entiende y trata de ayudarlo(a)?					
18.	¿Cuándo usted comete una falta reconoce o asume su responsabilidad en ella?					
19.	¿Cuándo usted comete una falta es consciente de los daños que ésta causa en la(s) otra(s) persona?					
20.	¿Considera que tiene un trato adecuado hacia sus compañeros (as)?					
21.	¿Le gusta que sus compañeros(as) celebren sus travesuras, sus faltas escolares y ser ejemplo a seguir?					
22.	¿Le gusta dominar a sus compañeros(as) y que ellos hagan lo que usted quiere?					
23.	¿Cuándo tiene una dificultad con alguno de sus compañeros (as), usted le reclama o lo enfrenta buscando con ello hacerse respetar?					
24.	¿Se le facilita expresar sus sentimientos y pensamientos?					

PREGUNTAS		ESCALA				
		SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	RARA VEZ	NUNCA
25.	¿Se concentra con facilidad en sus trabajos escolares?					
26.	¿Participa activamente, es productivo en clase?					
27.	Cuando observa una escena en la cual un compañero (a) suyo es maltratado física, verbalmente, con chiflidos o con gestos ¿Siente miedo de intervenir para evitarlo?					
28.	¿Siente miedo de avisar a sus profesores o directivos cuando un compañero(a) es maltratado?					
29.	¿Le gusta pertenecer al grupo de compañeros(as) donde está presente el líder del salón?					
30.	Cuando uno de sus compañeros agrede a otro(s) ¿Usted siente admiración por el agresor?					
31.	Cuando observa que un compañero es maltratado física, verbal o psicológicamente ¿Siente compasión por él o ella?					
32.	¿Siente la necesidad de ser aceptado por un grupo de compañeros(as)?					
33.	¿Le gusta un mundo donde hay perdedores y ganadores?					
34.	Cuando observa que un compañero es maltratado física, verbal o psicológicamente ¿interviene para ayudarlo(a)?					
35.	¿Es agradable la convivencia en su casa?					
36.	¿Es buena la relación de sus padres?					
37.	¿Tiene confianza para comunicarse con sus padres?					
38.	¿Se siente a gusto en su colegio?					
39.	¿A Los docentes y directivos les preocupa la convivencia escolar de su colegio?					
PREGUNTAS		ESCALA				

		SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	RARA VEZ	NUNCA
40.	¿Tiene un buen rendimiento académico?					
41.	¿Se ha sentido ignorado(a) por alguno(s) de sus compañeros?					
42.	¿Alguno(s) de sus compañeros lo han llegado a insultar, gritar, callar, chiflar, burlar, hecho mal gestos o lo han hecho llorar?					
43.	¿Algunos de sus compañeros lo han amenazado de forma directa o con mensajes en redes sociales, con armas, con gestos, con golpearlo o con divulgar información que afecta su privacidad?					
44.	¿Sus compañeros lo(a) han llegado a agredir con: puñetazos, patadas, objetos, empujones o estrujones?					
45.	¿Alguno(s) de sus compañeros rompen sus cosas, las esconden o se las roban a propósito con la intención de hacerle daño?					
46.	¿Consume o ha llegado a consumir algún tipo de sustancia psicoactiva (drogas) o bebidas alcohólicas?					
47.	¿Alguien se ha burlado de su condición sexual?					
48.	¿Lo(a) han presionado para besarlo (a) o lo (a) han obligado a tener prácticas sexuales no deseadas?					
49.	¿En algún momento ha maltratado física, verbal o psicológicamente a un compañero?					

Anexo 2. Autorización para aplicar las encuestas por parte del director del servicio educativo de la Secretaria de Educación del Departamento de Risaralda (Colombia).

000405-7844

Para responder a este documento, favor citar este número, 7844

Pereira, 20 de abril de 2017

DIRECCION DEL SERVICIO EDUCATIVO

Señor
ULISES DIAZ GOMEZ
DOCENTE
COL TEC AGRO TAPARCAL
ulisesdiazcol@gmail.com
3214876367
BELEN DE UMBRIA, Risaralda

Asunto: Respondiendo a: DESCRIPCION O ASUNTO: Solicitud de encuesta. Radicado No.9794

Con el fin de practicar encuesta **ROLES DE PARTICIPACION EN EL ACOSO ESCOLAR** en las instituciones educativas se concede permiso al Docente investigador Ulises Díaz Gómez los días abril 24, 28 y mayo 5 del 2017.

Siguiendo el tramite para la solicitud del permiso se presento carta escrita haciendo la solicitud con su respectiva explicación y documentos soporte de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Atentamente,



MAURICIO ALEJANDRO MONTOYA CADAVID
Director
DIRECCION DEL SERVICIO EDUCATIVO

Parque Olaya Herrera Calle 19 No. 13-17 * Código Postal **660004** * PBX: 3398300 Fax: 3398301
www.risaralda.gov.co

Página 1 DE 2

Pereira, 19 de junio de 2017

Doctor:

Juan Guillermo López Montoya
Director del servicio educativo

Cordial saludo.

Primero que todo, estoy muy agradecido con ese despacho por haberme facilitado los tres días para la aplicación de las encuestas relacionadas con el proyecto de investigación que estoy adelantando (Clasificación de Roles de participación en el acoso escolar).

Por otra parte, debido a que en la etapa de recolección de datos se consume tanto tiempo, no fue suficiente los tres días de permiso que se me facilitaron para la aplicación de las encuestas, es por ello, que le solicito el gran favor me facilite un día más para poder culminar exitosamente con este proceso. El día solicitado es después de finalizar el período de vacaciones.

Agradezco su colaboración.

Atentamente,

Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

CC. 10.002.216 de Pereira (Risaralda)

Celular: 321 4876367

Correo electrónico: ulisesdiazcol@gmail.com

Correo electrónico Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal:
grie.taparcal@risaralda.gov.co

OK
[Signature]

21/6/2017
[Signature]

1. 6.2 - Sofia
2. 6.2 - Dora
3. 9. Hamilton
4. 9. Luz Adri
5. 8.1 Cristian

Anexo 3. Autorización del rector de la IE Técnico Agropecuario Taparcal para aplicar las encuestas a los estudiantes.

Belén de Umbría, 2 de Marzo de 2017.

Señor:

Jorge Hernán Martínez

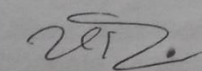
Rector

Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal

Cordial saludo.

Me dirijo a usted, para solicitarle me permita aplicar la encuesta: "ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL ACOSO ESCOLAR (ROPAE 2017)" a noventa (90) o cien (100) estudiantes de grados 5° a 11° de la Institución educativa. El objetivo de la encuesta es recolectar información que permita desarrollar la investigación titulada: "CLASIFICACIÓN DE ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL FENÓMENO DEL BULLYING POR PARTE DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DEL DEPARTAMENTO DE RISARALDA (COLOMBIA)". Dicha investigación resulta de gran valor, porque permite clasificar los/as estudiantes de acuerdo con su rol de participación en el acoso escolar y con ello poder llegar a mitigar el impacto producido por el mismo al interior de la institución educativa.

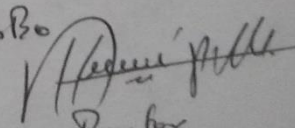
Atentamente,



Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

CC. 10.002.216 de Pereira (Risaralda)
Celular 321 4876367
Correo electrónico: ulisesdiazcol@gmail.com

Anexo encuesta

VoBo

Rector
Marzo 7/2017

Anexo 4. Autorización de la rectora de la IE Alfonso López Pumarejo para aplicar las encuestas a los estudiantes.

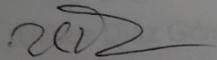
La Virginia, 5 de abril de 2017.

Señora:
Martha Cecilia Ramírez López
Rectora
Institución Educativa Alfonso López Pumarejo

Cordial saludo.

Me dirijo a usted, para solicitarle me permita aplicar la encuesta: "ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL ACOSO ESCOLAR (ROPAE 2017)" de noventa (90) a ciento veinte (120) estudiantes de grados 5° a 11° de la Institución educativa. El objetivo de la encuesta es recolectar información que permita desarrollar la investigación titulada: "CLASIFICACIÓN DE ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL FENÓMENO DEL BULLYING POR PARTE DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DEL DEPARTAMENTO DE RISARALDA (COLOMBIA)". Dicha investigación resulta de gran valor, porque permite clasificar los/as estudiantes de acuerdo con su rol de participación en el acoso escolar y con ello poder llegar a mitigar el impacto producido por el mismo al interior de la institución educativa.

Atentamente,


Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

CC. 10.002.216 de Pereira (Risaralda)
Celular 321 4876367
Correo electrónico: ulisesdiazcol@gmail.com

Anexo encuesta y certificado Universidad Tecnológica de Pereira

*Recibido
Abril 5/2017
Ines*

Anexo 5. Autorización de la rectora de la IE Hugo Ángel Jaramillo para aplicar las encuestas a los estudiantes.

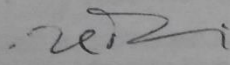
Pereira, 24 de abril de 2017.

Señora:
Rosa María Niño Gutiérrez
Rectora
Institución Educativa Hugo Ángel Jaramillo

Cordial saludo.

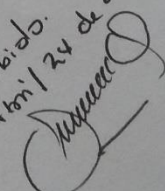
Me dirijo a usted, para solicitarle me permita aplicar la encuesta: "ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL ACOSO ESCOLAR (ROPAE 2017)" a noventa (90) o cien (100) estudiantes de grados 5° a 11° de la Institución educativa. El objetivo de la encuesta es recolectar información que permita desarrollar la investigación titulada: "CLASIFICACIÓN DE ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL FENÓMENO DEL BULLYING POR PARTE DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DEL DEPARTAMENTO DE RISARALDA (COLOMBIA)". Dicha investigación resulta de gran valor, porque permite clasificar los/as estudiantes de acuerdo con su rol de participación en el acoso escolar y con ello poder llegar a mitigar el impacto producido por el mismo al interior de la institución educativa.

Atentamente,


Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

CC. 10.002.216 de Pereira (Risaralda)
Celular 321 4876367
Correo electrónico: ulisesdiazcol@gmail.com

Anexo encuesta y certificado Universidad Tecnológica de Pereira

Recibido.
Abril 24 de 2017


Anexo 6. Verificación y visto bueno del cuestionario ROPAE 2017 por parte de la psicóloga de la IE Técnico Agropecuario Taparcal

Pereira, 9 de mayo de 2017.

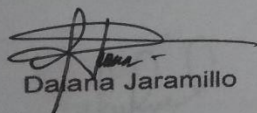
Señor:

Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

Cordial saludo.

Con el presente documento, manifiesto haber estado presente en la aplicación de la encuesta: "ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL ACOSO ESCOLAR (ROPAE 2017)" a ciento veinticinco (125) estudiantes de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal. Encontré pertinente la aplicación del cuestionario, ya que cada una de sus preguntas solo buscan medir la convivencia escolar y es una muy buena forma de llegar a dar un diagnóstico de la misma.

Atentamente,



Dalana Jaramillo

Psicóloga
Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal

Anexo 7. Verificación y visto bueno del cuestionario ROPAE 2017 por parte de la coordinadora de convivencia escolar y psicóloga de la IE Hugo Ángel Jaramillo.

Pereira, 7 de julio de 2017.

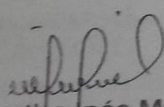
Señor:

Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

Cordial saludo.

Con el presente documento, manifiesto haber estado presente en la aplicación de la encuesta: "ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL ACOSO ESCOLAR (ROPAE 2017)" a doscientos veinte (220) estudiantes de la Institución Educativa Hugo Ángel Jaramillo. Encontré pertinente la aplicación del cuestionario, ya que cada una de sus preguntas solo buscan medir la convivencia escolar y es una muy buena forma de llegar a dar un diagnóstico la misma.

Atentamente,


Martha Inés Medina

Psicóloga y Coordinadora
Institución Educativa Hugo Ángel Jaramillo

Cel: 3103739750

Anexo 8. Verificación y visto bueno del cuestionario ROPAE 2017 por parte de la docente de apoyo de la IE Alfonso López Pumarejo.

Pereira, 8 de mayo de 2017.

Señor:

Ulises Díaz Gómez
Docente investigador

Cordial saludo.

Con el presente documento, manifiesto haber estado presente en la aplicación de la encuesta: "ROLES DE PARTICIPACIÓN EN EL ACOSO ESCOLAR (ROPAE 2017)" a doscientos veinte (220) estudiantes de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo. Encontré pertinente la aplicación del cuestionario, ya que cada una de sus preguntas solo buscan medir la convivencia escolar y es una muy buena forma de llegar a dar un diagnóstico de la misma.

Atentamente,

Lucelly Mosquera
Luceli Mosquera
26 290 482

Docente de apoyo
Institución Educativa Alfonso López Pumarejo